河合塾 SERIES

良問の風

物理

頻出・標準 入試問題集

改訂版

河合塾講師 浜島清利［著］

解答・解説編

河合出版

良問の風　物理

解答・解説編

単なる答え合わせに終わらせることなく，
解説をじっくり読みこんでください。

- ♣ **KEY POINT** は，問題編のまとめをよりくわしく説明したものです。問題が解けないときのヒントとして用いることもできます。
- ♣ 解答の中の赤字の文字式は，公式であることを意味しています。
- ♣ 答えの表記が一致しなくても，数学的に同値であれば正解です。

力　学

1　速度と加速度

KEY POINT　**等加速度運動の３つの公式**(問題編 p 6 の❶～❸)を適切に用いていく。注意点は，**加速度 a と速度 v が符号をもつ**こと。正(プラス)となるのは，加速度や速度が座標軸 x の向きとなるとき。**座標軸 x ははじめ(時刻 $t=0$)の位置を原点とし，初速度 v_0 の向きに**(ふつうは)**セットする**。なお，公式の **x も距離ではなく，座標**であって，$a<0$ のときには，Uターン形の運動をし，$x<0$ となることもある。

1　v-t グラフ(速度-時間グラフ)の２つの特徴を活用する。

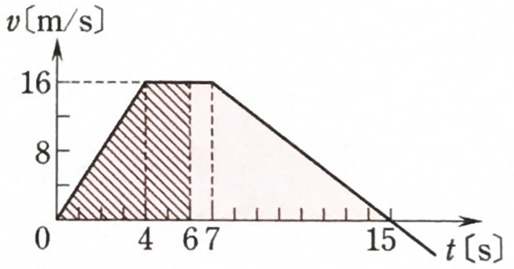
(1)　**加速度 a は v-t グラフの傾きに等しい**から

(ア) $0 \leqq t \leqq 4$ s では　　$a=\frac{16}{4}=\mathbf{4}$ **m/s²**　　(イ) $4 \leqq t \leqq 7$ では　　$a=\mathbf{0}$ **m/s²**

(ウ) $7 \leqq t$ では　　$a=-\frac{16}{15-7}=\mathbf{-2}$ **m/s²**

（等速運動では $a=0$ は自明）

(2)　**物体が移動した距離は v-t グラフの面積で表される**から，斜線部(台形)の面積より　　$x=\frac{1}{2}\times(2+6)\times16=\mathbf{64}$ **m**



別解　公式❷より $0 \leqq t \leqq 4$ での移動距離は $\frac{1}{2}\times4\times4^2=32$ m であり，その後の 2 s 間は等速運動だから $16\times2=32$ m 動く。これらの和を求めればよい。グラフでは三角形と長方形の面積の和に対応する。

(3) (オ)　$v>0$ の間は右へ進み，$v<0$ になると左へ戻る。よって，右に最も離れたのは，一瞬止まった $t=\mathbf{15}$ **s** の時である。

(カ)　上図の赤色部の面積より　　$\frac{1}{2}\times(3+15)\times16=\mathbf{144}$ **m**

(4) (キ)　$t=15$ s 以後は左向きを正とした方がよい。

初速 0，加速度 $a'=2$ m/s² で原点まで 144 m 動くので，要する時間を T とすると，公式❷より

（臨機応変に。また，時刻と時間の違いにも注意。）

$$144=\frac{1}{2}\times2\times T^2 \qquad \therefore \quad T=12\text{ s} \qquad \therefore \quad t=15+T=\mathbf{27}\text{ s}$$

(ク)　公式❶より　$v'=a'T=2\times12=24$ m/s　　$v=-v'=\mathbf{-24}$ **m/s**

2 (1) 初速が0なので，公式❷より　$y=\frac{1}{2}at^2$　❶より　$v=at$

(2) $t=6$ s での高さ y_1 と速度 v_1 は　$y_1=\frac{1}{2}\times a\times 6^2=18a$　$v_1=a\times 6=6a$

次の8s間は速度 v_1 での等速運動であり，高さ99mに達したことより

$$99=y_1+v_1\times 8=18a+48a \qquad \therefore\ a=\mathbf{1.5\ m/s^2}$$

(3) $v_1=6a=6\times 1.5=9$ m/s　∴　$v_1\times 8=9\times 8=\mathbf{72\ m}$

(4) エレベーターは速度 $v_1=9$ m/s となった後，$144-99=45$ m だけ上昇して止まるから，公式❸を用いて　$0^2-9^2=2\times a'\times 45$　∴　$a'=\mathbf{-0.9\ m/s^2}$

(5) 減速し始めてから止まるまでの時間を t' とすると，公式❶より

$$0=9+(-0.9)\times t' \qquad \therefore\ t'=10\text{ s}$$

全体の時間は　$6+8+10=$ **24秒**

別解　v-t グラフを描いてみる。

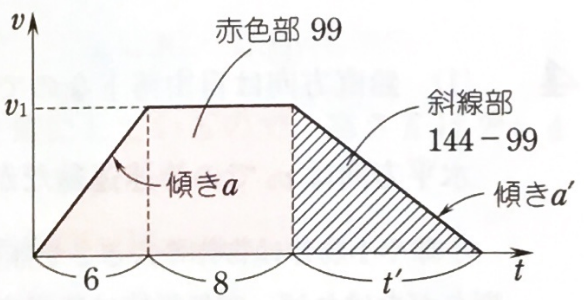
赤色部の面積が99mだから

$$99=\frac{1}{2}\times(8+14)\times v_1 \qquad \therefore\ v_1=9$$

次に，斜線部に注目して

$$144-99=\frac{1}{2}\times 9\times t' \qquad \therefore\ t'=10$$

a と a' はグラフの傾きから求める。

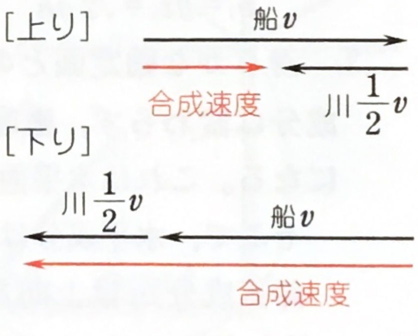


3 **速度の合成はベクトルの和，相対速度はベクトルの差となる。**

(1) 川を上るときの合成速度は，$v+\left(-\frac{1}{2}v\right)=\frac{1}{2}v$

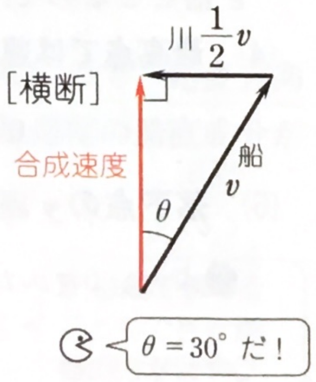
下るときは，$v+\frac{1}{2}v=\frac{3}{2}v$

$$\therefore\ t_1=\frac{l}{v/2}+\frac{l}{3v/2}=\frac{\mathbf{8\,l}}{\mathbf{3\,v}}$$

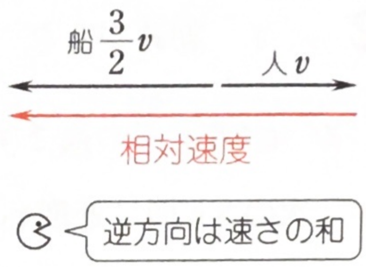


一方，川を横断するときには，下図のように川の上流側に船首を向けることになり，合成速度は $\sqrt{v^2-\left(\frac{1}{2}v\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}v$ となる。向こう岸から引き返す場合も同じだから　$t_2=\frac{l}{\sqrt{3}v/2}\times 2=\frac{\mathbf{4\,l}}{\mathbf{\sqrt{3}v}}$

$8/3>4/\sqrt{3}=4\sqrt{3}/3$ より　$t_1>t_2$ であり，同じ距離 l の往復でも上り下りの方が時間がかかることが分かる。



船は前述のように $\frac{3}{2}v$ で岸に対して動き，人は v で上流へ向かう。人から見た船の相対速度は $\frac{3}{2}v-(-v)=\frac{5}{2}v$ となる。 $t_3=\frac{L}{5v/2}=\frac{2L}{5v}$



KEY POINT 放物運動は，水平方向と鉛直方向に運動を分解して考えることが鉄則。**水平方向は等速運動，鉛直方向は重力加速度 g での等加速度運動**となる。したがって，鉛直方向は等加速度運動の公式❶～❸で扱えばよい。重力加速度は鉛直下向きであるが，$a=g$ か $a=-g$ かは座標軸の取り方による。

4 (1) 鉛直方向は自由落下なので，公式❷より $h=\frac{1}{2}gt_1^2$ $\therefore$ $t_1=\sqrt{\frac{2h}{g}}$

水平方向は v_0 での等速運動だから $AC=v_0t_1=\boldsymbol{v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}}$

小球や小物体は物体の大きさを無視してよいことを意味している。問題文にとくに断りがなければ，空気抵抗は無視する。また，「重力加速度 g」は「重力加速度の大きさ g」と同じこと。

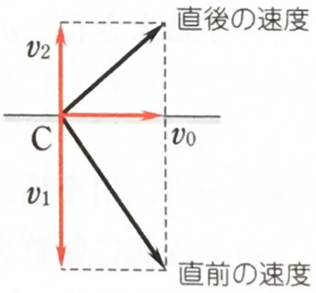
(2) 水平成分は $\boldsymbol{v_0}$ で不変。鉛直成分の大きさ（「大きさ」は絶対値のことで，負の値はありえない）を v_1 とすると，公式❶より

$v_1=gt_1=\sqrt{2gh}$ ただし，下向きの速度成分なので，$\boldsymbol{-\sqrt{2gh}}$

(3) **滑らかな固定面との衝突では，面に平行な速度成分は変わらず，垂直な速度成分の大きさは e 倍になる。**これは水平面に限らず成りたつ。

そこで，水平成分はやはり $\boldsymbol{v_0}$

鉛直成分 v_2 は上向きで，大きさは直前の値 v_1 の e 倍となるので $v_2=\boldsymbol{e\sqrt{2gh}}$



(4) **最高点では速度の鉛直成分が 0 となるから**，公式❸より

$$0^2-v_2^2=2\cdot(-g)\cdot H \qquad \therefore \quad H=\frac{v_2^2}{2g}=\boldsymbol{e^2h}$$

(5) **落下点の y 座標は 0 だから**（C を原点として上向きに y 軸をセット），公式❷より $0=v_2t_2+\frac{1}{2}\cdot(-g)\cdot t_2^2$ $\therefore$ $t_2=\frac{2v_2}{g}=2e\sqrt{\frac{2h}{g}}$

$$\therefore \quad CD=v_0t_2=\boldsymbol{2ev_0\sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

5 等速で動く台車に対して鉛直に打ち上げれば，その初速によらず，ボールは必ず台車上に戻ってくる。なぜなら，水平方向の速度成分が台車と等しいので，落下してくる間に両者は同じ距離だけ右へ移動しているからである。もちろん，この間ボールは放物線を描いているが，台車から見れば単なる鉛直投げ上げ運動である。

(1) 初速 u で投げ上げたときに，台車に戻るまでの時間 t は

$$0=ut+\frac{1}{2}(-g)t^2 \quad より \quad t=\frac{2u}{g} \quad \cdots①$$

台車の速さが半分になると，台車が AB 間を移動する時間は 2 倍になる。①より時間 t は u に比例しているから，初速は **2 倍**にしなければいけない。

（u を定数でなく，変数とみるとよい）

(2) 初速 u のときの最高点の高さ h は

$$0^2-u^2=2\cdot(-g)h \quad より \quad h=\frac{u^2}{2g} \quad \cdots②$$

h は u^2 に比例し，u は前問のように 2 倍にしているので，高さ h は $2^2=$ **4 倍**となる。

(3) ②より　$u=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\times9.8\times10}=2\times7=$ **14 m/s**

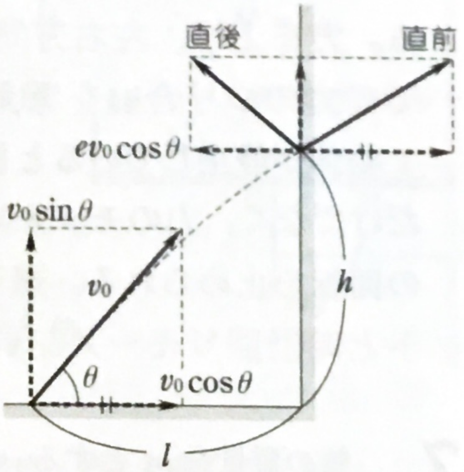
(4) $AB=vt=v\cdot\frac{2u}{g}=5.6\times\frac{2\times14}{9.8}=$ **16 m**

6 (1) 水平方向に着目すると

$$l=(v_0\cos\theta)t_1 \qquad \therefore \quad t_1=\frac{l}{v_0\cos\theta}$$

鉛直方向に対して，公式❷より

$$h=(v_0\sin\theta)t_1+\frac{1}{2}(-g)t_1^2$$
$$=l\tan\theta-\frac{g}{2}\left(\frac{l}{v_0\cos\theta}\right)^2$$



(2) 壁との衝突の際，鉛直方向(面方向)の速度成分は変わらないので，鉛直方向だけに注目すると，投げ上げ運動が続いている。最高点では速度の鉛直成分が 0 となるので

❶より　$0=v_0\sin\theta+(-g)t_2 \qquad \therefore \quad t_2=\frac{v_0}{g}\sin\theta$

❸より　$0^2-(v_0\sin\theta)^2=2\cdot(-g)H$

$$\therefore \quad H=\frac{v_0^2}{2g}\sin^2\theta$$

（H は❷で求めることもできるが，❸の方がはやい）

(3) 先に壁に衝突するためには，$t_1 < t_2$ となればよいから

$$\frac{l}{v_0\cos\theta} < \frac{v_0}{g}\sin\theta \qquad \therefore\ \boldsymbol{v_0 > \sqrt{\frac{gl}{\sin\theta\cos\theta}} = \sqrt{\frac{2gl}{\sin 2\theta}}}$$

(4) 投げ出されてから床に落ちるまでの時間を t_3 とする。やはり鉛直方向は1つの投げ上げ運動に過ぎないので　$t_3 = 2t_2 = \dfrac{2v_0}{g}\sin\theta$

一方，壁との衝突で速度の水平成分の大きさは $e(v_0\cos\theta)$ となる。衝突後，床に落下するまでの時間は $t_3 - t_1$ だから，水平方向に着目して

$$ev_0\cos\theta\cdot(t_3 - t_1) = ev_0\cos\theta\left(\frac{2v_0}{g}\sin\theta - \frac{l}{v_0\cos\theta}\right)$$

$$= \boldsymbol{\frac{2ev_0^2}{g}\sin\theta\cos\theta - el = e\left(\frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta - l\right)}$$

※ 以上，放物運動を扱ってきたが，一般に加速度ベクトルが一定の場合，平面内での運動の軌跡は放物線になる。一例として，一様な電場内での荷電粒子の運動（問題編 p 88）があげられる。

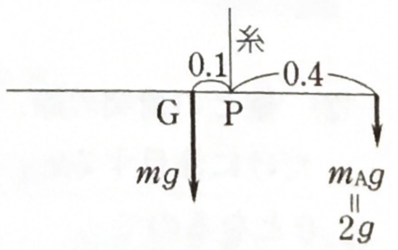
2 剛体のつり合い

KEY POINT 物体が静止しているときは力のつり合いが成りたっている。**力を上下，左右方向のような直角をなす2方向に分解し，各方向での力のつり合いを考えればよい。**

物体が静止しているとき，物体の大きさまで考慮すると，力のつり合いだけでなく，力のモーメントのつり合いも成立している。それにより物体の回転を止められる。**適当な位置を回転軸とし，反時計回りモーメントと時計回りモーメントの大きさが等しいと立式する。**

7 棒の質量を m とする。棒の重心Gは棒の中央にあるので，Pのまわりのモーメントのつり合いより

$mg\times 0.1 = 2g\times 0.4 \qquad \therefore\ m = 8$〔kg〕



モーメントのつり合いでは，すべての力のモーメントを考える必要があるが， 糸の張力は回転軸Pに直接かかり，モーメントが0（うでの長さが0）となっているので式には顔を出さない。また，反時計回りを正として，$mg\times 0.1 + (-2g\times 0.4) = 0$ と立式してもよい。

モーメントでは回転軸に直接かかる力は考えなくてよい。

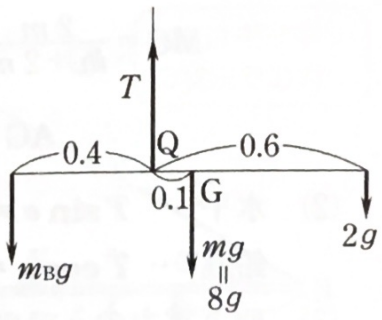
Qのまわりのモーメントのつり合いより

$$m_B g\times0.4=8g\times0.1+2g\times0.6$$

$$\therefore\quad m_B=\mathbf{5}\,\text{〔}\mathbf{kg}\text{〕}$$

また，力のつり合いより，糸の張力 T は

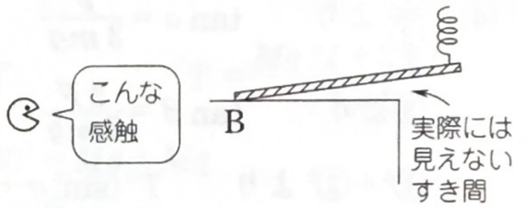
$$T=5g+8g+2g$$
$$=15g=15\times9.8=\mathbf{147}\,\text{〔}\mathbf{N}\text{〕}$$



8

ばねの力，弾性力 F は，自然長からの伸び（あるいは縮み）を x として，$\boldsymbol{F=kx}$ と表される。

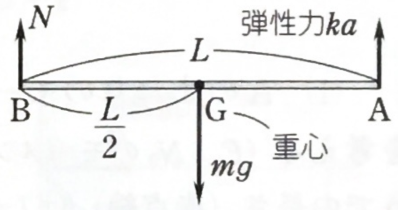
(1) 点Pが台を離れるときには，棒は事実上，点Bでだけ台と接触している。つまり，N の作用点はBになる。そこで，Bのまわりのモーメントのつり合いより（N のモーメントは0）



$$ka\cdot L=mg\cdot\frac{L}{2}\quad\cdots①\qquad\therefore\quad m=\boldsymbol{\frac{2ka}{g}}$$

力のつり合いより

$$N+ka=mg\qquad\therefore\quad N=\boldsymbol{ka}$$

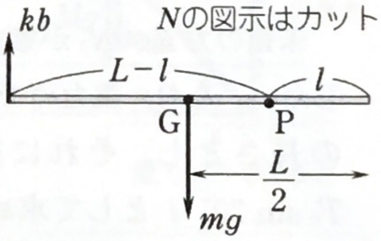


別解　**モーメントのつり合いでは，どこを回転軸としてもよい。**Gのまわりのモーメントのつり合いより

$$N\cdot\frac{L}{2}=ka\cdot\frac{L}{2}\qquad\therefore\quad N=ka$$

(2) B端が台から離れるときには，点Pだけの接触となる。Pのまわりのモーメントのつり合いより

$$kb\cdot(L-l)=mg\cdot\left(\frac{L}{2}-l\right)\quad\cdots②$$



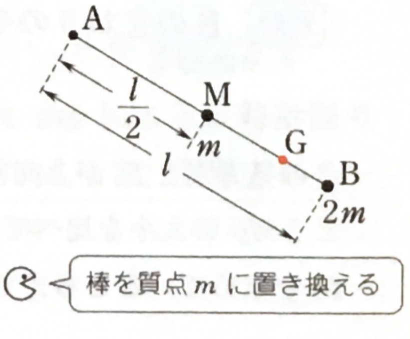
$\frac{②}{①}$ より　$\dfrac{b(L-l)}{aL}=\dfrac{L/2-l}{L/2}\qquad\therefore\quad\dfrac{b}{a}=\boldsymbol{\dfrac{L-2l}{L-l}}$ 倍

9

「軽い糸」とは質量を無視してよいことを表す。単に「糸」と書くことも多い。

(1) 質点系に対する重心の公式 $\boldsymbol{x_G=\dfrac{m_1x_1+m_2x_2+\cdots}{m_1+m_2+\cdots}}$ を用いる。まず，棒の重心はABの中点Mにある。Aを原点として棒方向に x 軸をとると

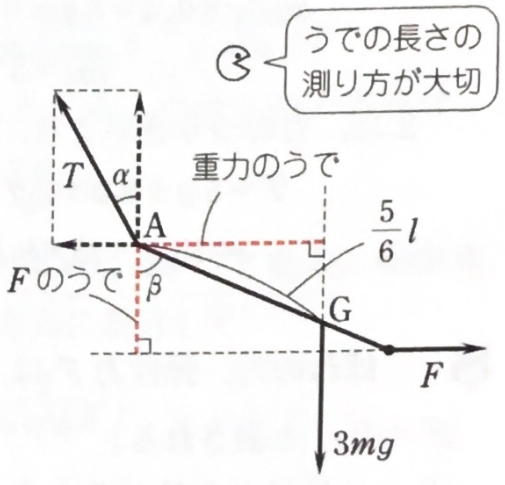
$$x_G=\frac{m\cdot\frac{1}{2}l+2m\cdot l}{m+2m}=\boldsymbol{\frac{5}{6}l}$$



別解　**2質点の重心は，質量の逆比で内分する点だ**から，Mからの距離は

$$MG=\frac{2m}{m+2m}\times MB=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}l=\frac{1}{3}l$$

$$\therefore\quad AG=\frac{1}{2}l+\frac{1}{3}l=\frac{5}{6}l$$



(2) 水平 … $\boldsymbol{T\sin\alpha=F}$ …①

鉛直 … $\boldsymbol{T\cos\alpha=3\,mg}$ …②

(3) F と重力のうでの長さは赤点線となるので（T のモーメントは0）

$$\boldsymbol{F\cdot l\cos\beta=3\,mg\cdot\frac{5}{6}l\sin\beta}\quad\cdots③$$

(4) $\frac{①}{②}$ より　　$\tan\alpha=\boldsymbol{\frac{F}{3\,mg}}$

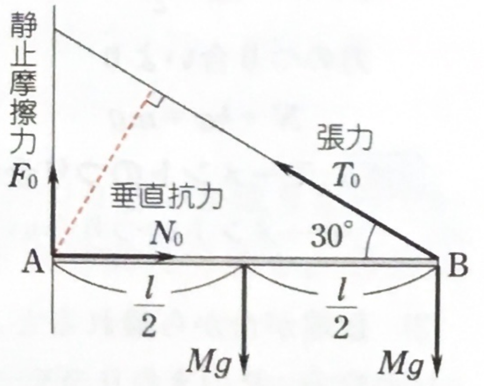
③より　　$\tan\beta=\boldsymbol{\frac{2F}{5\,mg}}$

$①^2+②^2$ より　　$T^2(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=F^2+(3\,mg)^2$　　$\therefore\ \boldsymbol{T=\sqrt{F^2+9\,m^2g^2}}$

10 (1) Aのまわりのモーメントのつり合いを考える（F_0，N_0 のモーメントは0）。張力 T_0 のうでの長さ（赤点線）は $l\sin 30^\circ$ だから

$$T_0\cdot l\sin 30^\circ=Mg\cdot\frac{l}{2}+Mg\cdot l$$

$$\therefore\quad \boldsymbol{T_0=3\,Mg}$$



未知の力 F_0，N_0 が集まっているAこそ回転軸にしたい。なお，張力のモーメントは，ABをうでの長さとし，それに垂直な分力を用いて，$T_0\sin 30^\circ\cdot l$ として求めてもよい。

(2) 水平方向での力のつり合いより　　$N_0=T_0\cos 30^\circ=\boldsymbol{\frac{3\sqrt{3}}{2}Mg}$

(3) 鉛直方向での力のつり合いより　　$F_0+T_0\sin 30^\circ=Mg+Mg$

T_0 を代入して F_0 を求めると　　$\boldsymbol{F_0=\frac{1}{2}Mg}$

別解　Bのまわりのモーメントのつり合いより（T_0，Mg，N_0 のモーメントは0）

$$Mg\cdot\frac{l}{2}=F_0\cdot l\qquad\therefore\ F_0=\frac{1}{2}Mg$$

この見方だと F_0 が上向きとなることが歴然としている。本解の方は，本当は $T_0\sin 30^\circ$ と $2\,Mg$ の大小を比べて初めて上向きと判断できている。あるいは，上向きを正として F_0 を求めていると考えてもよい。結果が $F_0>0$ となり，上向きと確定している。

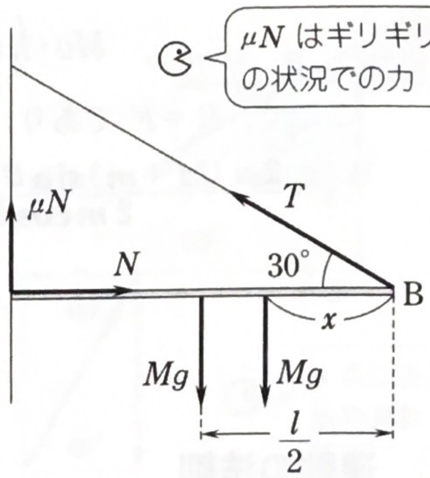
(4)　摩擦は最大摩擦力 $\boldsymbol{\mu N}$ となっている。

Bのまわりのモーメントのつり合いは

$$Mg\cdot\frac{l}{2}+Mg\cdot x=\mu N\cdot l$$

$$\therefore\ \frac{1}{2}Mgl+\boldsymbol{Mgx-\mu Nl}=0\quad\cdots①$$

$$\therefore\ N=\frac{Mg(l+2x)}{2\mu l}$$



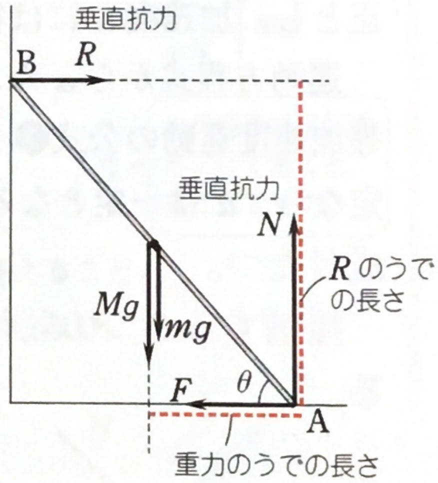
①のように，モーメントのつり合いでは，反時計回りモーメントを正，時計回りモーメントを負として，全体の総和を0とおくことも多い。

(5)　水平方向のつり合いより　$N=T\cos 30°$　$\therefore\ T=\dfrac{\boldsymbol{Mg(l+2x)}}{\boldsymbol{\sqrt{3}\mu l}}$

(6)　鉛直方向のつり合いより　$\mu N+T\sin 30°=Mg+Mg$

N と T を代入して x を求めると　$x=\dfrac{\boldsymbol{3\sqrt{3}\mu-1}}{\boldsymbol{2(\sqrt{3}\mu+1)}}\boldsymbol{l}$

11*　(1)　棒に働く力は右のようになる。棒はPを鉛直上向きの抗力 mg で支え，その反作用を受ける。図中の下向き mg がそれである。Aのまわりのモーメントのつり合いより



$$Mg\cdot\frac{l}{2}\cos\theta+mg\cdot\frac{l}{2}\cos\theta=R\cdot l\sin\theta\quad\cdots①$$

$$\therefore\ R=\frac{(M+m)g\cos\theta}{2\sin\theta}=\frac{(M+m)g}{2\tan\theta}$$

水平方向のつり合いより，静止摩擦力 F は

$$F=R=\frac{\boldsymbol{(M+m)g}}{\boldsymbol{2\tan\theta}}$$

未知の力が集まっている所を回転軸とするとよい。

力の図示の際，F の向きはこのつり合いを考えて左向きと決めている。

(2)　鉛直方向のつり合いより　$N=Mg+mg=(M+m)g\quad\cdots②$

$F\leqq\mu N$　より　$\dfrac{(M+m)g}{2\tan\theta}\leqq\mu(M+m)g$　$\therefore\ \mu\geqq\dfrac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2\tan\theta}}$

(3)　②のように N は一定であるが，PをBへ近づけると mg による反時計回りモーメントが増し，①から R が増す。つまり F が増す。よって，限界でのモーメントのつり合いは

$$Mg \cdot \frac{l}{2}\cos\theta + mg \cdot x\cos\theta = R \cdot l\sin\theta$$

ここで，$R = F$ であり，$F = \mu N = \mu(M+m)g$ だから

$$x = \frac{2\mu(M+m)\sin\theta - M\cos\theta}{2m\cos\theta}\,l = \frac{l}{2m}\{2\mu(M+m)\tan\theta - M\}$$

3　運動の法則

KEY POINT　物体が運動しているときは，運動方程式 $ma = F$ が成りたっている。m は注目している物体の質量〔kg〕，F はその物体が受けている力の合力〔N〕，a は地面に対する加速度〔m/s^2〕である。

まず，力の図示をすること。**直線運動では，運動方向とそれに垂直な方向とに力を分解し，運動方向に対して $ma = F$ と立式する。**このとき，１つ１つの力の正・負をしっかり見きわめる。ふつうは進行方向を正とし，加速度 a には符号を含める。

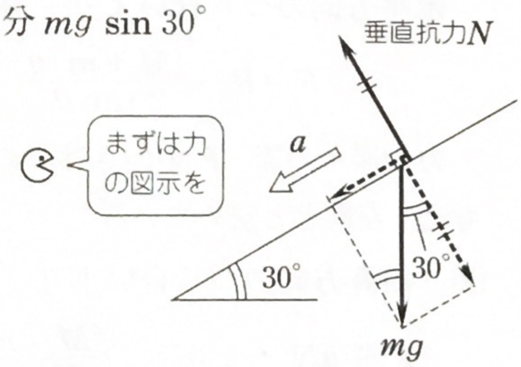
運動方程式から a が求められたら（a が一定であることを確認した上で），等加速度運動の公式❶〜❸を用いて運動を調べていく。１つ１つの力が一定なら，a は一定となる。一方，**運動に垂直な方向では力のつり合いが成りたつ。**

接触する２つの物体を扱うときには作用・反作用の法則に注意する。

12　(1)　運動方向の力は重力 mg の斜面方向成分 $mg\sin 30^\circ$

加速度を a として，運動方程式は

$$ma = mg\sin 30^\circ \qquad \therefore\ a = \frac{g}{2}$$



$AB = 2h$ だから，公式❷より

$$2h = \frac{1}{2}\cdot\frac{g}{2}t_1^2 \qquad \therefore\ t_1 = 2\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

一方，垂直方向での力のつり合いより

$$N = mg\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$$

(2)　公式❶より　　$v = at_1 = \sqrt{2gh}$

別解　公式❸を用い，$v^2 - 0^2 = 2a \cdot AB$ より求めてもよい。

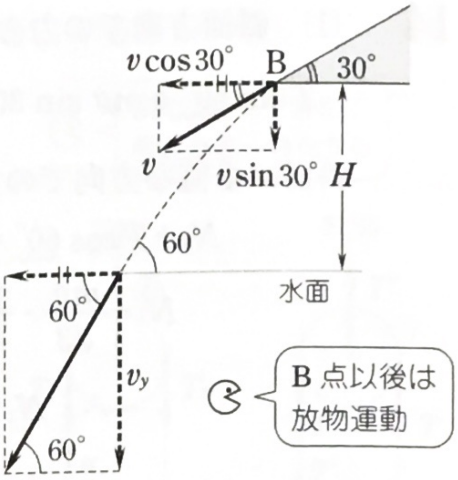
(3)　水面に飛びこむ時の速度の鉛直成分を v_y とすると，水平成分は $v\cos 30°$ だから

$$v_y=(v\cos 30°)\tan 60°$$
$$=\sqrt{2gh}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{3}=3\sqrt{\frac{gh}{2}}$$

鉛直方向に注目すると，公式❶より

$$v_y=v\sin 30°+gt_2$$

$$\therefore\quad 3\sqrt{\frac{gh}{2}}=\sqrt{\frac{gh}{2}}+gt_2\qquad\therefore\quad t_2=\sqrt{\frac{\mathbf{2}\,\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{g}}}$$

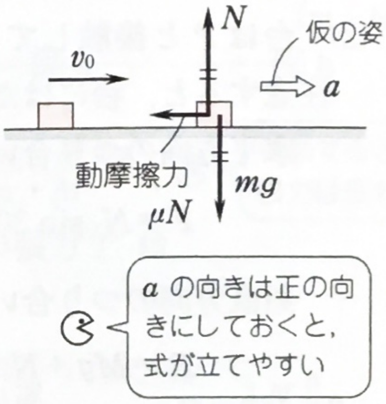


(4)　❸より　$v_y^{\,2}-(v\sin 30°)^2=2gH$　$\therefore\ \frac{9}{2}gh-\frac{1}{2}gh=2gH$　$\therefore\ \boldsymbol{H=2h}$

別解　❷より　$H=(v\sin 30°)t_2+\frac{1}{2}gt_2^{\,2}=2h$

13　(1)　加速度を a（進行方向を正）として，運動方程式を立てると

$$ma=-\mu N=-\mu mg\qquad\therefore\quad a=-\mu g$$



公式❸より　$0^2-v_0^{\,2}=2\cdot(-\mu g)l$

$$\therefore\quad l=\frac{\boldsymbol{v_0}^{\mathbf{2}}}{\mathbf{2}\,\boldsymbol{\mu g}}\ \text{〔}\mathbf{m}\text{〕}$$

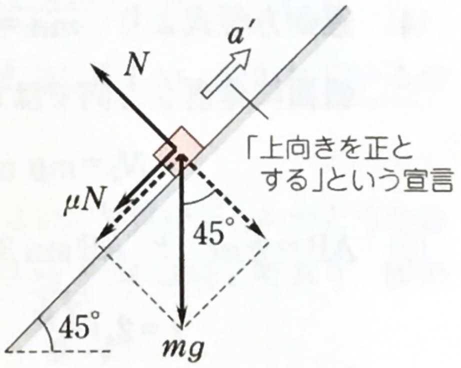
❶より　$0=v_0+(-\mu g)t$　$\therefore\quad t=\frac{\boldsymbol{v_0}}{\boldsymbol{\mu g}}$〔**s**〕

問題文に単位が記されている場合は，単位を付けて答えること。
反対に，単位のない問題では答えに単位を付けてはいけない。

(2)　斜面に垂直な方向では，力のつり合いが成りたつので　$N=mg\cos 45°$

加速度を a' とすると，運動方程式は

$$ma'=-mg\sin 45°-\mu N$$
$$=-\frac{1}{\sqrt{2}}mg-\mu\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}mg$$
$$\therefore\quad a'=-\frac{1+\mu}{\sqrt{2}}g$$



公式❸より　$0^2-v_0^{\,2}=2\cdot\left(-\frac{1+\mu}{\sqrt{2}}g\right)\cdot\frac{1}{2}l$

(1)で求めた l を代入して整理すると　$1=\frac{1+\mu}{2\sqrt{2}\mu}$　$\therefore\quad \mu=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}\sqrt{\mathbf{2}}-\mathbf{1}}$

(3)　最大摩擦力 $\mu_0 N$ が，重力の斜面方向成分 $mg\sin 45°$ 以上であれば，点Aで止まり続けるから　$\mu_0 mg\cos 45°\geqq mg\sin 45°$　$\therefore\quad \boldsymbol{\mu_0\geqq 1}$

14 (1) 斜面方向での力のつり合いより

$T\sin 60^\circ = mg\sin 30^\circ \qquad \therefore \quad T = \boldsymbol{\frac{mg}{\sqrt{3}}}$

斜面に垂直な方向での力のつり合いより

$N_1 + T\cos 60^\circ = mg\cos 30^\circ$

$N_1 + \frac{mg}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$

$\therefore \quad N_1 = \boldsymbol{\frac{mg}{\sqrt{3}}}$

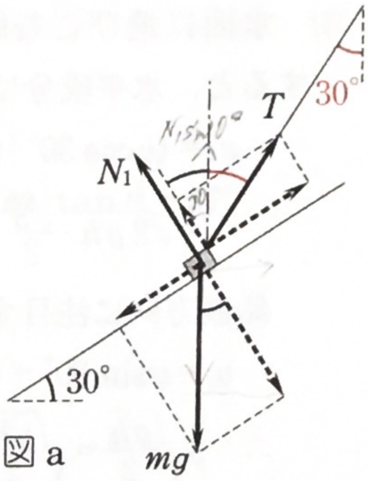


図 a

角度の移動に注意。赤の 30° と黒の 30°
T の分解には 30° + 30° = 60° を用いる。

別解 水平と鉛直方向に分解してもよい。

水平 … $N_1\sin 30^\circ = T\sin 30^\circ \quad \therefore \quad N_1 = T$

鉛直 … $N_1\cos 30^\circ + T\cos 30^\circ = mg$

連立で求める

(2) 台はPと接触しているので，作用・反作用に注意すると，台にはたらく力は右のようになる。

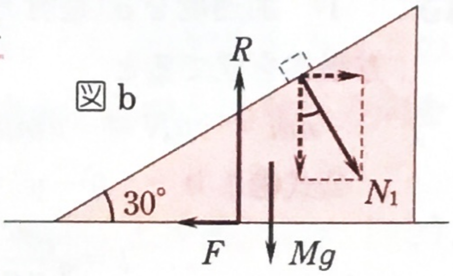


図 b

水平方向のつり合いより

$F = N_1\sin 30^\circ = \boldsymbol{\frac{mg}{2\sqrt{3}}}$

鉛直方向のつり合いより

$R = Mg + N_1\cos 30^\circ = \boldsymbol{\left(M + \frac{m}{2}\right)g}$

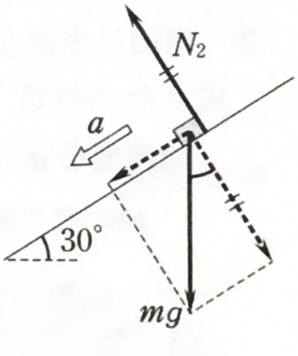
反作用 N_1 が大切。
$mg\cos 30^\circ$ を受ける
わけではない！

(3) $F \leqq \mu R$ より $\quad \mu \geqq \frac{F}{R} = \boldsymbol{\frac{m}{\sqrt{3}(2M+m)}}$

(4) 運動方程式より $\quad ma = mg\sin 30^\circ \qquad \therefore \quad a = \boldsymbol{\frac{1}{2}g}$

斜面に垂直な方向では力のつり合いが成りたち

$N_2 = mg\cos 30^\circ = \boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{2}mg}$



(5) $AB = \frac{1}{2}at^2$ と $AB\sin 30^\circ = h$ を用いて

$t = \boldsymbol{2\sqrt{\frac{2h}{g}}} \qquad$ また $\quad v = at = \boldsymbol{\sqrt{2gh}}$

別解 $v^2 - 0^2 = 2a\cdot AB$ から v を求めてもよい。

(6) 図 b で N_1 を N_2 と読み換えればよい。

水平 … $F = N_2\sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}mg$

鉛直 … $R = Mg + N_2\cos 30^\circ = \left(M + \frac{3}{4}m\right)g$

$F \leqq \mu R$ より $\qquad \mu \geqq \frac{F}{R} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{3}m}{4M+3m}}$

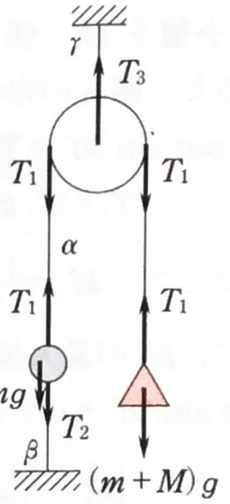
15　糸は質量が無視できるため，張力は一本の糸のどこでも等しい。

(1)　α，β，γ の張力を T_1，T_2，T_3 とし，力のつり合いを考えていく。まず，板とBを一体(質量 $m+M$)とみなすと(図a)　$T_1=(\boldsymbol{m}+\boldsymbol{M})\boldsymbol{g}$

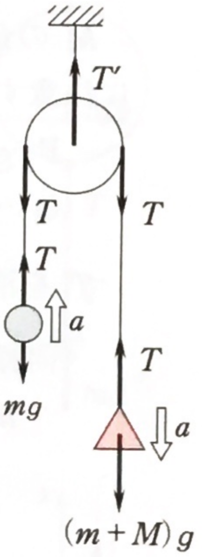
斜めの糸まで含めて板とBを一体化する

Aについて　$T_1=mg+T_2$　　$\therefore\ T_2=\boldsymbol{Mg}$

滑車について　$T_3=T_1+T_1=2(\boldsymbol{m}+\boldsymbol{M})\boldsymbol{g}$



図a



図b

(2)(ア)　加速度を a，α の張力を T とすると，運動方程式は(図b)

A … $ma=T-mg$　…①

板とB … $(m+M)a=(m+M)g-T$　…②

①＋②より　$a=\dfrac{\boldsymbol{M}}{\boldsymbol{2m+M}}g$　…③

公式❷より　$h=\dfrac{1}{2}at^2$

$$\therefore\ t=\sqrt{\frac{2h}{a}}=\sqrt{\frac{\boldsymbol{2(2m+M)h}}{\boldsymbol{Mg}}}$$

(イ)　③の a を①に代入することにより　$T=\dfrac{2m(m+M)g}{2m+M}$

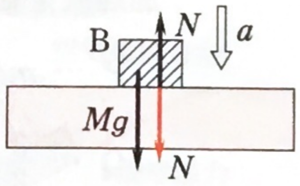
運動すると張力は変わる

滑車は静止しているので，力のつり合いより γ の張力 T' は

$$T'=T+T=\frac{\boldsymbol{4m(m+M)g}}{\boldsymbol{2m+M}}$$

(ウ)　Bが板から受ける垂直抗力を N とすると，Bの運動方程式は　$Ma=Mg-N$　・③の a を代入し，N を求めると　$N=\dfrac{\boldsymbol{2mMg}}{\boldsymbol{2m+M}}$

Bに注目



作用・反作用の法則により，これはBが板を押す力に等しい。問われているのは赤矢印 N であることはしっかり認識してほしい。

答えが出たら次元(ディメンション)を調べてみるとよい。単位が正しいかどうかのチェックである。たとえば，(ウ)の N なら，次元的には m と M は同じであり，頭の中で次のように形を変えていく。

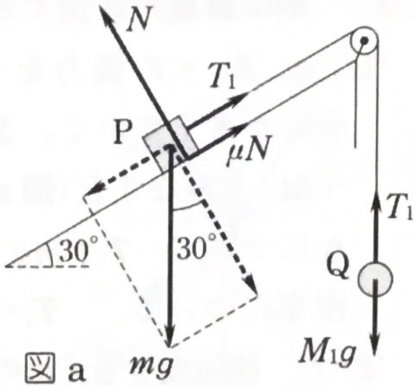
$$N=\frac{2mMg}{2m+M}\rightarrow\frac{m\cdot mg}{m}\rightarrow mg$$

こうして重力 mg と同じ力の次元であることが確認できる。また，和や差は同じ単位でしかあり得ないので，式の中に $m+M^2$ のような形は決して現れない。答えのチェックだけでなく，計算途中でも次元を意識しているとかなりミスが防げる。

16 (1) Pが動く直前のギリギリの状況で考える。

Pが斜面が受ける垂直抗力は $N = mg\cos 30^\circ$ であり，最大摩擦力は　$\mu N = \frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}mg$

M の最小値を M_1，張力を T_1 とし，μN の向きに注意すると，図aの力のつり合いより



図a

P … $mg\sin 30^\circ = T_1 + \mu N$

Q … $T_1 = M_1 g$

（Pが下へ動く直前）

T_1 を消去して　$M_1 = \frac{3-\sqrt{3}}{6}m$

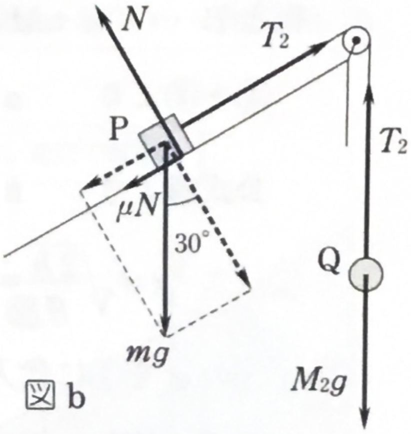
同様に，M の最大値を M_2 とすると，図bより

$mg\sin 30^\circ + \mu N = T_2 = M_2 g$

$\therefore\ M_2 = \frac{3+\sqrt{3}}{6}m$

（Pが上へ動く直前）

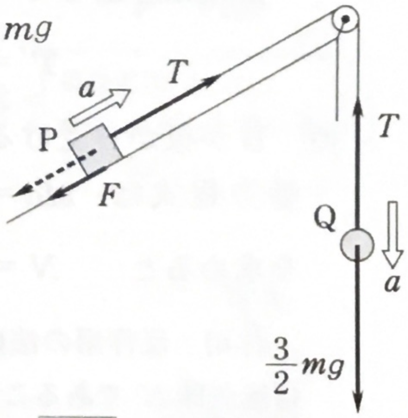
以上より　$\boldsymbol{\frac{3-\sqrt{3}}{6}m \leqq M \leqq \frac{3+\sqrt{3}}{6}m}$



図b

(2)(ア) 動摩擦力 F は　$F = \mu' N = \frac{1}{2\sqrt{3}}\cdot mg\cos 30^\circ = \frac{1}{4}mg$

加速度を a，張力を T とすると



P … $ma = T - mg\sin 30^\circ - \frac{1}{4}mg$　…①

Q … $\frac{3}{2}m\cdot a = \frac{3}{2}mg - T$　……②

①＋② として a を求めると　$a = \boldsymbol{\frac{3}{10}g}$

公式❸より　$v^2 - 0^2 = 2\cdot\frac{3}{10}g\cdot h$　$\therefore\ v = \boldsymbol{\sqrt{\frac{3}{5}gh}}$

この間の時間を t_1 とすると，公式❷を用いて

$$h = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{10}g\cdot t_1^2 \qquad \therefore\ t_1 = 2\sqrt{\frac{5h}{3g}}$$

(イ) Qが床に達し，糸がゆるんだ後のPの運動方程式は

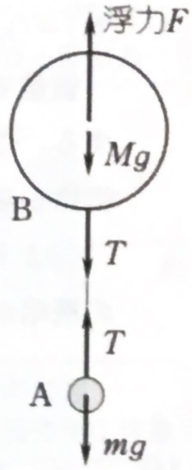
$$ma' = -mg\sin 30^\circ - \frac{1}{4}mg \qquad \therefore\ a' = -\frac{3}{4}g$$

この間のPの移動距離 x は　$0^2 - v^2 = 2a'x$　より　$x = \frac{2v^2}{3g} = \frac{2}{5}h$

$\therefore\ l = h + x = \boldsymbol{\frac{7}{5}h}$　　また，この間の時間 t_2 は

$0 = v + a' t_2$ より　$t_2 = 4\sqrt{\dfrac{h}{15g}}$　∴ $t = t_1 + t_2 = 14\sqrt{\dfrac{h}{15g}}$

17 **等速度運動（等速直線運動）では力のつり合いが成りたつ。**



(1) Aに注目すると　$T = mg$

(2) Bに注目すると　$F = Mg + T = (M+m)g$　…①

浮力の公式 $F = \rho V g$ より

$$V = \frac{F}{\rho g} = \frac{M+m}{\rho}$$

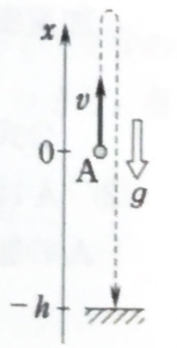
浮力は周りの流体の密度で決まる

(3) Aは初速 v での投げ上げ運動に入る。地面の座標は $x = -h$ だから，公式❷を用いて

$$-h = vt_0 + \frac{1}{2}\cdot(-g)t_0^2 \quad より \quad gt_0^2 - 2vt_0 - 2h = 0$$

$t_0 > 0$ より　$t_0 = \dfrac{1}{g}\left(v + \sqrt{v^2 + 2gh}\right)$

この方法をマスターしたい

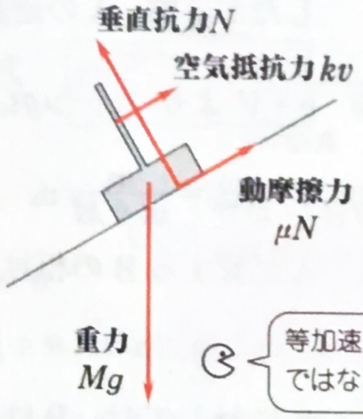


(4) 糸が切断された後の気球の運動方程式は，加速度を a として

$Ma = F - Mg$　①を代入して　$a = \dfrac{m}{M}g$

公式❸より　$v_1^2 - v^2 = 2ah$　∴ $v_1 = \sqrt{v^2 + \dfrac{2mgh}{M}}$

18 (1) 右のようになる（Mg，N などの文字は不要）。



(2) $N = Mg\cos\theta$ だから

$$Ma = Mg\sin\theta - \mu Mg\cos\theta - kv \quad …①$$

(3) 等速度運動では力のつり合いが成りたつ。斜面方向について

$$Mg\sin\theta = \mu Mg\cos\theta + kv$$

$$∴ \quad v = \frac{Mg}{k}(\sin\theta - \mu\cos\theta) \quad …②$$

等加速度ではない

別解　等速度では $a = 0$ なので，①より v を求めてもよい。

(4) $t = 0$ では，$v = 0$ なので抵抗力はなく，加速度を a_0 とすると，①より

$$Ma_0 = Mg\sin 30° - \mu Mg\cos 30° \quad …③$$

一方，図2の v-t グラフでは接線の傾きは加速度を表すから，$a_0 = 3$〔m/s^2〕と分かる。③より（M は両辺からカットして）

$$3 = \frac{10}{2} - \mu\cdot 10\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad ∴ \quad \mu = \frac{2}{5\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{15} \fallingdotseq 0.23$$

有理化すると計算しやすい

(5) 図より終端速度は $v = 4$〔m/s〕だから，②を用いて

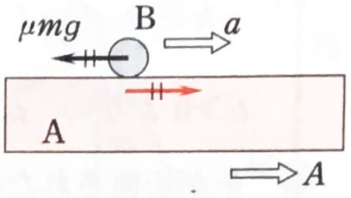
$$4=\frac{2.0\times10}{k}\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{5\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \qquad \therefore\quad k=\mathbf{1.5}〔\mathbf{N\cdot s/m}〕$$

k の単位は，抵抗力が kv〔N〕となることから決めている。さらに，〔N〕=〔kg･m/s^2〕を用い，〔kg/s〕としてもよい。

数値で扱う問題では無理数や分数でなく，小数で答える。その際，有効数字に注意する。ここでは $M=2.0$〔kg〕から2桁(けた)としている。一方，**文字式の問題では小数にはしない。**

①より v が増すと a が減る。つまり v-t グラフの傾きが減る――こうして，図2の概略が理解できる。

19 (1) Bは左向きに動摩擦力 μmg を受ける。Bの加速度を a とすると，運動方程式は



$$ma=-\mu mg \qquad \therefore\quad a=-\mu g$$

公式❶より　$v=v_0+at=\boldsymbol{v_0-\mu g t}$ …①

(2) Aは動摩擦力の反作用を右向きに受ける(赤矢印)。Aの加速度を A とすると，Aの運動方程式は

$$MA=\mu mg \quad \cdots② \qquad \therefore\quad A=\frac{\mu m}{M}g$$

したがって，Aの速度 V は　$V=At=\boldsymbol{\dfrac{\mu m}{M}gt}$

> a や v は地面に対する値

> ②の左辺を $(M+m)A$ としてはいけない！

(3) $v=V$ より　$v_0-\mu g t_0=\dfrac{\mu m}{M}gt_0 \qquad \therefore\quad t_0=\boldsymbol{\dfrac{Mv_0}{\mu(m+M)g}}$

(4) $V=At_0=\boldsymbol{\dfrac{m}{m+M}v_0}$

> v を求めてもよいが，V の方が計算しやすい。

(5) Aに対するBの相対加速度 α は

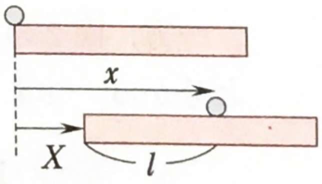
$$\alpha=a-A=-\frac{m+M}{M}\mu g$$

> 台A上の人が見れば，Bだけの単純な運動。ただし，すべてはその人が見た値で。

Aに対しては，Bは初め v_0 でやってきて，加速度 α で運動し，やがて止まる。したがって

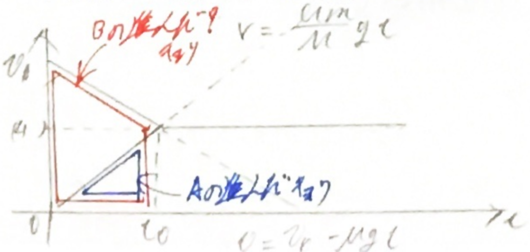
$$0^2-v_0{}^2=2\alpha l \qquad \therefore\quad l=\boldsymbol{\frac{Mv_0{}^2}{2\mu(m+M)g}}$$

別解　固定台に対する運動を調べてもよい。



$$x=v_0t_0+\frac{1}{2}at_0{}^2 \qquad X=\frac{1}{2}At_0{}^2$$

右図より，$l=x-X$ として求められるが，本解の方が計算が速く，応用範囲も広い。

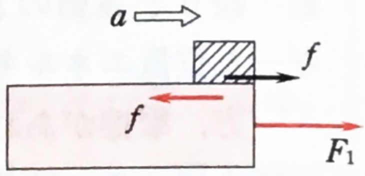


20 (1)(ア) Pと板の**一体化の見方**により，運動方程式は

$$(m+M)a=F_1 \quad \cdots① \qquad \therefore \quad a=\frac{F_1}{m+M}$$

(イ) Pだけに注目する。Pは板から静止摩擦力 f を受けるが，Pの加速度が右向きだから，f も右向きと決まる（$m\vec{a}=\vec{F}$ より $\vec{a}$ の向きは $\vec{F}$ の向き）。あるいは，Pは板によって右に「引きずられて」動いているという考え方でもよい。Pの運動方程式は

すべりがなければ静止摩擦力



$$ma=f \quad \cdots② \qquad \therefore \quad f=ma=\frac{m}{m+M}F_1$$

別解 板に注目する。板はPから反作用 f（赤矢印）を左向きに受ける。そこで，板の運動方程式は

接触があれば作用・反作用に注意

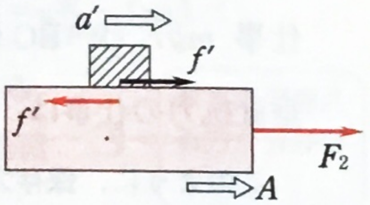
$$Ma=F_1-f \quad \cdots③$$

この式に(ア)で求めた a を代入すれば f が求められる。 初めから②と③の連立（未知数は a と f）で解いてもよい。②＋③＝① の関係がある。つまり，各部分について正しければ，全体についての式が自然に得られる。

(2)(ア) $F_1=F_0$ のとき，f は最大摩擦力 μmg になるから，上の結果より

$$\frac{m}{m+M}F_0=\mu mg \qquad \therefore \quad F_0=\mu(m+M)g$$

(イ) Pは板に対して左へ滑るから，動摩擦力 $f'=\mu' mg$ を右向きに受ける。板はその反作用（赤矢印）を左向きに受けるので，板の運動方程式は



$$MA=F_2-\mu' mg \qquad \therefore \quad A=\frac{F_2-\mu' mg}{M}$$

(ウ) Pの加速度を a' とすると

やはり板はPを右へ引きずる

$$ma'=\mu' mg \qquad \therefore \quad a'=\mu' g$$

板に対するPの相対加速度 α は $\quad \alpha=a'-A=-\dfrac{F_2-\mu'(m+M)g}{M}$

Pは板に対して初速0で左へ動くから，ここで左向きを正に切り換えると

$$L=\frac{1}{2}|\alpha|t^2 \qquad \therefore \quad t=\sqrt{\frac{2L}{|\alpha|}}=\sqrt{\frac{2ML}{F_2-\mu'(m+M)g}}$$

右向きを正として続けるなら，Pの座標 x が $x=-L$ となることに注意し，$-L=\frac{1}{2}\alpha t^2$ と立式する。なお，一般に $\mu>\mu'$ であり，$F_2>F_0=\mu(m+M)g>\mu'(m+M)g$ より $\alpha<0$ となっている。

4 エネルギー保存則

KEY POINT **力学的エネルギー保存則は，実用上は摩擦がないことを確認して用いればよい。**厳密な条件は「保存力以外の力が仕事をしていない」ことである。典型例としては，放物運動・滑らかな(曲)面上の運動・振り子運動の3つがあげられる。関連するエネルギーが運動エネルギーと位置エネルギーだけであればよい。

一方，摩擦があれば，熱エネルギー(摩擦熱)まで考慮し，エネルギー保存則を用いる。**摩擦熱＝動摩擦力×滑った距離** である。

21 (1) AB 間について力学的エネルギー保存則を用いると

$$mgr=\frac{1}{2}mv_B^2 \qquad \therefore \quad v_B=\boldsymbol{\sqrt{2gr}}$$

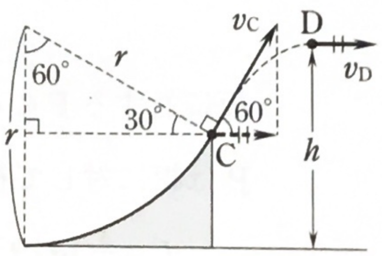
AC 間について　$mgr=\frac{1}{2}mv_C^2+mg(r-r\cos 60^\circ)$　　$\therefore$　$v_C=\boldsymbol{\sqrt{gr}}$

BC 間について考えてもよい。左辺は $\frac{1}{2}mv_B^2$ となり，v_B を代入する。

(2) **重力のする仕事は移動の経路によらない**ので，AC 間では鉛直方向の移動($r\cos 60^\circ$ だけ下へ移動)に着目し，$mg\cdot r\cos 60^\circ=\boldsymbol{\frac{1}{2}mgr}$　なお，AB 間の仕事 mgr と，BC 間での仕事 $-mg\cdot\frac{r}{2}$ の和として求めてもよい。　一方，垂直抗力の仕事は，たえず力の向きと移動の向きが直角をなすので，**0** となる。

このように，**保存力**(この場合は重力)**以外の力**(この場合は垂直抗力)**が仕事をしないとき，力学的エネルギー保存則が成りたつ。**

(3) C 点で飛び出した後は放物運動に入る。最高点 D では速度の水平成分 $v_C\cos 60^\circ$ が速度 v_D そのものとなるから



$$v_D=v_C\cos 60^\circ=\boldsymbol{\frac{1}{2}\sqrt{gr}}$$

CD 間について

$$\frac{1}{2}mv_C^2+mg(r-r\cos 60^\circ)=\frac{1}{2}mv_D^2+mgh$$

C 点での速度は円の接線方向。その後は放物運動。

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mgr+\frac{1}{2}mgr=\frac{1}{8}mgr+mgh \qquad \therefore \quad h=\boldsymbol{\frac{7}{8}r}$$

実は，A→B→C→D と力学的エネルギー保存が続いているので，AD 間について立式すると早く解ける。　$mgr=\frac{1}{2}mv_D^2+mgh$

別解　CD 間の鉛直成分に着目し，$0^2-(v_C \sin 60^\circ)^2=2\cdot(-g)y$

C 点（高さ $r/2$）が $y=0$ なので，$h=r/2+y$ と放物運動の解法に従ってもよい。

(4)　力学的エネルギー保存則を CE 間で適用してもよいが，AE 間が早い。

$$mgr=\frac{1}{2}mv_E{}^2 \qquad \therefore \quad v_E=\sqrt{2gr}$$

（どこを結ぶかが腕の見せ所）

22　ばねの場合，力学的エネルギー保存則は $\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=$ 一定 となる。

(1)　P は自然長の位置でばねから離れる。

$$0+\frac{1}{2}ka^2=\frac{1}{2}mv^2+0 \qquad \therefore \quad v=a\sqrt{\frac{k}{m}}\ \text{〔m/s〕}$$

（$\frac{1}{2}kx^2$ の x は自然長からの伸びや縮み）

(2)　$0+\frac{1}{2}ka^2=\frac{1}{2}mu^2+\frac{1}{2}k\left(\frac{a}{2}\right)^2 \qquad \therefore \quad u=\frac{a}{2}\sqrt{\frac{3k}{m}}$ 〔m/s〕

(3)　エネルギー保存則より，外力のした仕事の分だけ弾性エネルギーが増加するので（一般に，摩擦がない状況で物体を静かに移動させるときには，外力の仕事 ＝ 位置エネルギーの変化 となる）

$$W=\frac{1}{2}ka^2-0=\frac{1}{2}ka^2\ \text{〔J〕}$$

(4)　P の運動エネルギーが AB 間で摩擦熱に変わっている。動摩擦力は $\mu N=\mu mg$ なので

$$\frac{1}{2}mv^2=\mu mg\cdot \text{AB} \qquad \therefore \quad \text{AB}=\frac{v^2}{2\mu g}\ \text{〔m〕}$$

$\frac{1}{2}mv^2-\mu mg\cdot AB=0$

別解　仕事 ＝ 運動エネルギーの変化 の関係を用いる。

動摩擦力の仕事が負であることに注意して（重力と垂直抗力の仕事は 0）

$$-\mu mg\cdot \text{AB}=0-\frac{1}{2}mv^2 \quad \text{（以下，略）}$$

（摩擦熱で考える方が分かりやすい）

別解　運動方程式　$ma=-\mu mg$ より　$a=-\mu g$　$0^2-v^2=2a\cdot \text{AB}$ から求める。

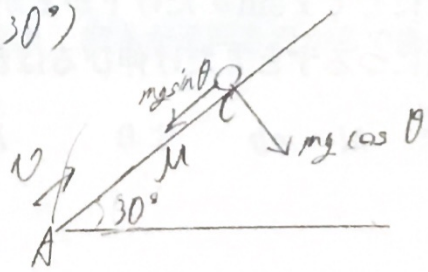
(5)　P の運動エネルギーが重力の位置エネルギーと摩擦熱に変わっている。動摩擦力は $\mu N=\mu mg\cos 30^\circ$ なので

$$\frac{1}{2}mv^2=mg\cdot \text{AC}\sin 30^\circ+\mu mg\cos 30^\circ\cdot \text{AC}$$

$$\therefore \quad \text{AC}=\frac{v^2}{(1+\sqrt{3}\mu)g}\ \text{〔m〕}$$

(4)と同様な別解もあるが，このエネルギー保存則が扱いやすい。

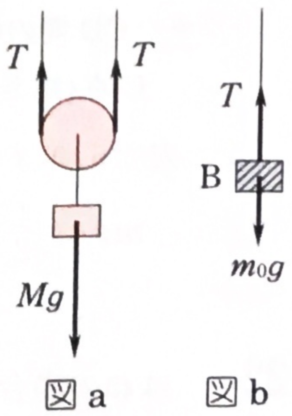
$\frac{1}{2}mv^2-(\mu mg\cos 30^\circ)AC=mg(AC\cdot\sin 30^\circ)$



23 (1) Aと動滑車を一体とみなすと，力は図aのように働いている。また，Bについては図bのようになる。これらの力のつり合いより

$$T+T=Mg \qquad \therefore\ T=\frac{1}{2}Mg$$

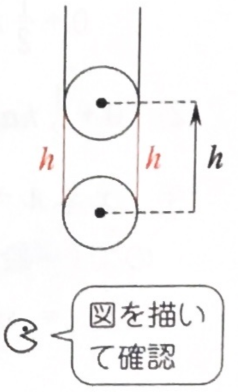
$$T=m_0g \qquad \therefore\ m_0=\frac{1}{2}M$$



Bの代わりに手で支えるとすると，Mg の物体Aを支えるのに $\frac{1}{2}Mg$ の力ですむのが動滑車のメリット。

(2)(ア) 動滑車が h だけ上がると，右の赤で示した $h+h=2h$ の部分の糸がB側に移るからBは **$2h$** だけ下がる。

このようにつねにBはAの2倍の距離を動くので，速さも2倍で **$2v$**



(イ) Bは $2h$ 下がったので，失った位置エネルギーは

$$mg\cdot 2h=\boldsymbol{2mgh}$$

(ウ) 前問で求めたエネルギーは，力学的エネルギー保存則より，AとBの運動エネルギーとAの位置エネルギーの増加に変わっているはずなので

$$2mgh=\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}m(2v)^2+Mgh \qquad \therefore\ v=\sqrt{\frac{2(2m-M)}{4m+M}gh}$$

このように2物体が力を及ぼし合いながら動くときは，全体について(物体系について)力学的エネルギー保存則を適用する必要がある。そのとき，**失った分＝現れた分（減った分＝増えた分）**という見方が大いに役立つ。

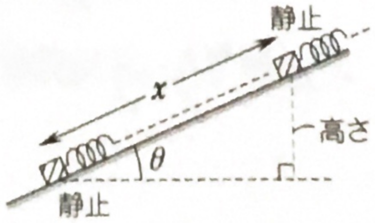
いまの場合，全体での位置エネルギーの減少分 $mg\cdot 2h-Mgh$ が運動エネルギーとして現れたと考えて立式してもよい。

なお，運動方程式で扱うときには，Aの加速度を a とすると，Bの加速度は $2a$ としなければいけない。運動方程式を用いて v を求めてみるとよい。

$$\left(\begin{array}{l} \text{A}：Ma=2T-Mg \qquad \text{B}：m(2a)=mg-T \ \text{より} \\ \quad a=(2m-M)g/(4m+M) \qquad \text{そして}\ \ v^2-0^2=2ah \end{array}\right)$$

24 (1) 重力の斜面方向成分 $mg\sin\alpha$ と最大摩擦力 $\mu N\,(=\mu mg\cos\alpha)$ のつり合いより　$mg\sin\alpha=\mu mg\cos\alpha$ 　$\therefore\ \tan\alpha=\boldsymbol{\mu}$

(2) 高さにして $x\sin\theta$ だけ下がるから　$\boldsymbol{mgx\sin\theta}$



(3) 鉛直につるすと l だけ伸びるばねだから，ばね定数 k は　$kl=mg$ 　より　$k=\frac{mg}{l}$ …①

(2)での弾性エネルギーは　$\frac{1}{2}kx^2=\frac{mg}{2l}x^2$

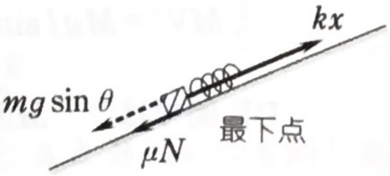
(4) 失ったのは重力の位置エネルギーで，現れたのが弾性エネルギーと摩擦熱だから，エネルギー保存則より

失った分 ＝ 現れた分

$$mgx\sin\theta=\frac{mg}{2l}x^2+\mu' mg\cos\theta\cdot x$$

$$\therefore\quad x=2l(\sin\theta-\mu'\cos\theta)\quad\cdots②$$

(5) 最下点で止まったとき，弾性力 kx が $mg\sin\theta$ と最大摩擦力 μN の和を超えれば上へ動き始める。



$$kx>mg\sin\theta+\mu mg\cos\theta$$

①，②を代入し，整理すると

$$\sin\theta>(\mu+2\mu')\cos\theta\qquad\therefore\quad\tan\theta>\mu+2\mu'$$

5 運動量保存則

KEY POINT **物体系に外力が働かないとき，運動量保存則が成立する。**実用上は，**衝突や分裂の現象**に対して用いる。とくに衝突の場合には反発係数(はね返り係数) e の式との連立方程式として解くことになる。e の式は $e=-$(衝突後の速度の差)÷(衝突前の速度の差) と表されるが，**(後の速度差) = $-e$ × (前の速度差)** と立式すると扱いやすい。

運動量保存則は本来，ベクトルの関係式なので，ある方向について外力が働かなければ，その方向に対して用いることができる。

25 (1) 運動量保存則より　$mv+MV=mv_0$　…①

e の式より　$v-V=-e(v_0-0)$　…②

①＋M×②より　$(m+M)v=(m-eM)v_0$

$$\therefore\quad v=\frac{m-eM}{m+M}v_0$$

①－m×②より　$V=\frac{(1+e)m}{m+M}v_0$

速度は正の姿で描いておくとよい

(2) **力積＝運動量の変化** より　$mv-mv_0=-\frac{(1+e)mMv_0}{m+M}$

別解　Qが受けた力積を調べ，マイナスを付けてもよい。PQ間で衝突の際に働く力は内力であり，作用・反作用の関係にあり，向きが逆向きだからである。

$-(MV-0)$として，簡単に計算できる。

(3) $v<0$ となればよいので　　$\boldsymbol{m<eM}$　あるいは　$\boldsymbol{e>\dfrac{m}{M}}$

(1)の答えはどんなケースでも成立している。それが速度で扱う利点。Pが前進する条件なら $v>0$ で，Pが静止する条件なら $v=0$ で求めればよい。

(4) 運動方程式でも解けるが，エネルギー保存則（摩擦熱を考慮）が早い。動摩擦力は $\mu N=\mu Mg\cos\theta$ だから，BD間について

$$\frac{1}{2}MV^2=Mgl\sin\theta+\mu Mg\cos\theta\cdot l \qquad \therefore\ l=\boldsymbol{\frac{V^2}{2g(\sin\theta+\mu\cos\theta)}}$$

DB間では　$Mgl\sin\theta=\dfrac{1}{2}MV_1^2+\mu Mg\cos\theta\cdot l$

$$\therefore\ V_1=\sqrt{2gl(\sin\theta-\mu\cos\theta)}=\boldsymbol{V\sqrt{\frac{\sin\theta-\mu\cos\theta}{\sin\theta+\mu\cos\theta}}}$$

26　衝突直前のAの速さを v_0 とすると，力学的エネルギー保存則より

$$mg(l-l\cos 60^\circ)=\frac{1}{2}mv_0^2 \qquad \therefore\ v_0=\sqrt{gl}$$

(1) 衝突直後の速度を v_A，v_B とする。

衝突直後

運動量保存則より　$mv_A+2mv_B=mv_0$　…①

(完全)弾性衝突は反発係数 $e=1$ だから

$$v_A-v_B=-(v_0-0) \quad \cdots②$$

衝突問題は「速さ」ではなく，「速度」で

①，②より　$v_B=\dfrac{2}{3}v_0=\boldsymbol{\dfrac{2}{3}\sqrt{gl}}$

一方，$v_A=-\dfrac{1}{3}v_0$ であり，衝突後Aは左へはね返ることが分かる。このように，**衝突後の状況は解いた答えから判断する。**

弾性衝突だけは運動エネルギーの保存が成りたつが，計算には $e=1$ が速い。

(2) 運動量保存則より　$mv_0=2mv_B'$　　$\therefore\ v_B'=\dfrac{1}{2}v_0$

$$\therefore\ e=-\frac{0-v_B'}{v_0-0}=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$$

$0\leqq e\leqq 1$ は常識

(3) Bの力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}(2m)v_B'^2=(2m)gh \qquad \therefore\ h=\boldsymbol{\frac{1}{8}l}$$

(4) 弾丸の質量を m_C，衝突前の速さを v_1 とすると，運動量保存則より

$$m_Cv_1=(m_C+2m)\cdot\frac{1}{5}v_1 \qquad \therefore\ m_C=\boldsymbol{\frac{1}{2}m}$$

(5) 衝突前・後での全体の運動エネルギーを E_1，E_2 とすると

$$E_1=\frac{1}{2}\left(\frac{m}{2}\right)v_1^2+0 \qquad E_2=\frac{1}{2}\left(\frac{m}{2}+2m\right)\left(\frac{v_1}{5}\right)^2$$

衝突すれば，$e=1$ 以外は運動エネルギーが減る

$$\therefore\quad \frac{E_1-E_2}{E_1}=1-\frac{E_2}{E_1}=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$$

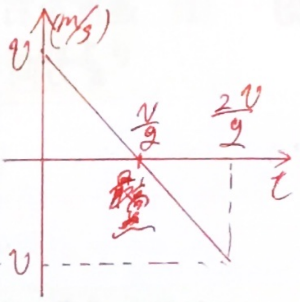
力学的エネルギーは運動エネルギーと位置エネルギーの和をさすが，位置エネルギーは衝突の前後で変わっていないので，運動エネルギーの減少を調べればよい。

モンキーハンティング：鉛直の速度は等しい

27　(1)　Aを原点として鉛直上向きに y 軸をとる。落下するのは $y=0$ のときだから，求める時間を t_1 として公式❷を用いると

$$0=vt_1+\frac{1}{2}(-g)t_1^2 \qquad \therefore\quad t_1=\frac{2v}{g}$$

(2)　鉛直方向の初速度を同じにする必要がある（するとAとBはいつも同じ高さにいる）。そこで　$V\sin\alpha=v$　　$\therefore\quad \sin\alpha=\frac{v}{V}$



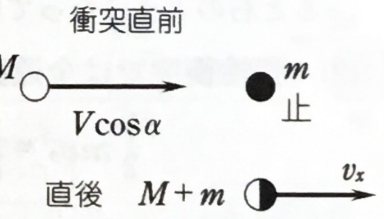
(3)　最高点に達するまでの時間を t_2 とすると，公式❶より

$$0=v+(-g)t_2 \qquad \therefore\quad t_2=\frac{v}{g}$$

この間にBは右へ l の距離を動けばよいので

$$l=(V\cos\alpha)t_2=\frac{Vv}{g}\cos\alpha=\frac{Vv}{g}\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{Vv}{g}\sqrt{1-\frac{v^2}{V^2}}=\frac{v}{g}\sqrt{V^2-v^2}$$

(4)　求める水平成分を v_x とする。水平方向での運動量保存則より　　$MV\cos\alpha=(M+m)v_x$



$$\therefore\quad v_x=\frac{MV}{M+m}\cos\alpha=\frac{M}{M+m}\sqrt{V^2-v^2}$$

鉛直成分はA，B共に衝突前が0なので　　**0**

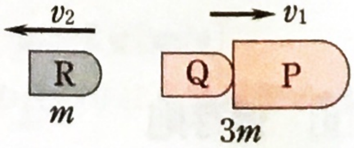
水平方向は外力がないので運動量保存は厳密に成りたつ。一方，鉛直方向は重力がかかっているが，瞬間的な衝突では（重力の力積が無視できるため）近似的に適用してよい。問題文にとくに断りがなければ，瞬間衝突と思ってよい。

(5)　初速 v_x での水平投射に入る。落下時間は t_2 なので（鉛直方向に上がる時間と下りる時間は等しい）

$$x=v_xt_2=\frac{Mv}{(M+m)g}\sqrt{V^2-v^2}$$

28　分裂の現象は衝突と並んで運動量保存則が適用できる典型例である。

(1)　静止状態から分裂すると，左右逆向きに動く。



その速さを v_1，v_2 とすると

$$0=-mv_2+3m\cdot v_1 \quad \cdots①$$

逆方向の動きだから相対速度は　$u=v_2+v_1$　…②

初めから $mv_2=3mv_1$ としてもよい

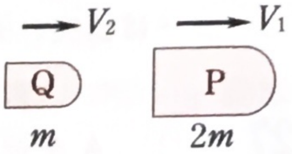
①，②より　　$v_1=\frac{1}{4}u$　　$v_2=\frac{3}{4}u$

左向きを正とし $u=v_2-(-v_1)$ としてもよい

(2) 全体の運動エネルギーに等しく(分裂するにはエネルギーが必要)

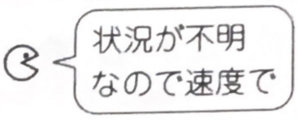
$$\frac{1}{2}\cdot 3m\cdot v_1^2+\frac{1}{2}mv_2^2=\boldsymbol{\frac{3}{8}mu^2}$$

(3) 分裂後の速度を右向きを正として V_1，V_2 とする。



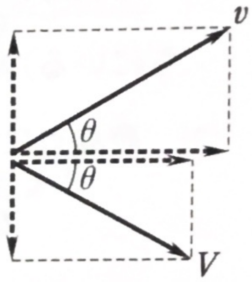
運動量保存則より　$3m\cdot\frac{1}{4}u=mV_2+2mV_1$　…③

相対速度は負だから　$-u=V_2-V_1$　…④



③，④より　$V_1=\boldsymbol{\frac{7}{12}u}$　　$V_2=-\frac{5}{12}u$ (Qは左へ動く)

29 (1) 速度を右のように分解して



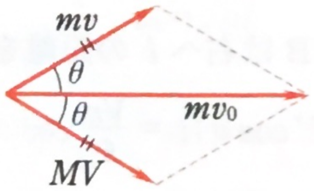
x 方向…　$\boldsymbol{mv_0=mv\cos\theta+MV\cos\theta}$　…①

y 方向…　$\boldsymbol{0=mv\sin\theta-MV\sin\theta}$　…②

②の右辺は

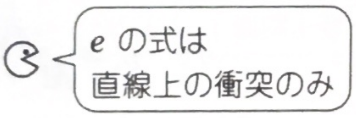
$mv\sin\theta+(-MV\sin\theta)$

の気持ちで書いている。また，②より $MV=mv$ なので運動量ベクトルの図にすると右のようになっている。



(2) 弾性衝突では全運動エネルギーが保存する。

$$\boldsymbol{\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}MV^2}\quad\cdots③$$



(3) ②より　$V=\frac{m}{M}v$　　これを③に代入し

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv^2\left(1+\frac{m}{M}\right)\qquad\therefore\ v=\boldsymbol{v_0\sqrt{\frac{M}{m+M}}}$$

$$\therefore\ V=\frac{m}{M}v=\boldsymbol{v_0\frac{m}{\sqrt{M(m+M)}}}$$

(4) $M=m$ より　$v=\frac{v_0}{\sqrt{2}}$　　$V=\frac{v_0}{\sqrt{2}}$　　これらを①に代入すると

$$v_0=\frac{v_0}{\sqrt{2}}\cos\theta+\frac{v_0}{\sqrt{2}}\cos\theta\qquad\therefore\ \cos\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}\qquad\therefore\ \theta=\boldsymbol{45^\circ=\frac{\pi}{4}\,\text{〔rad〕}}$$

6 保存則

KEY POINT　滑らかな水平面上で，2つの物体が力を及ぼし合いながら動くようなケースでは，水平方向について運動量保存則が用いられる。さらに，2つの物体間に摩擦(や衝突)がなければ，物体系について力学的エ

ネルギー保存則も成立する。このように**2つの保存則を適用して考察する問題**は一般に高度なものとなる。

30 床が滑らかなので運動量保存則が用いられる。

(1) 求める速さを v_B とすると $(2m+m)v=mv_B$ ∴ $v_B=\mathbf{3v}$〔**m/s**〕

物体系は「AとBとばね」とみなすとよい。ばねの力は内力(グループを構成するメンバー間の力)となり，気にしなくてすむ。そして，ばねの質量は0なので運動量も0となり，式には顔を出さない。

(2) ばねの縮みを x とすると，物体系の力学的エネルギー保存則より

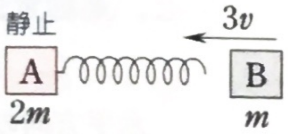
$$\frac{1}{2}(2m+m)v^2+\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}m(3v)^2 \qquad \therefore\ x=v\sqrt{\frac{6m}{k}}\text{〔m〕}$$

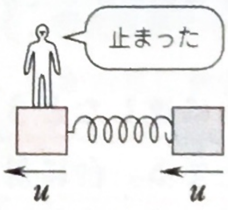
(3) Bは $3v$ の速さではね返る。Bが受けた力積は，右向きを正とすると

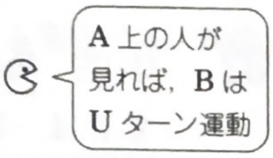
$$-m\cdot 3v-m\cdot 3v=-6mv$$

したがって，Bが壁に与えた力積は作用・反作用の法則より $\mathbf{6mv}$〔**N·s**〕で右向き。「注目物体が受けた力積＝注目物体の運動量の変化」に注意。

(4) ばねが最も縮んだときとは，A上の人から見てBが止まったとき，つまり，相対速度が0になるときである。それは両者の(床に対する)速度 u が一致するときだから，左向きを正とすると，運動量保存則より



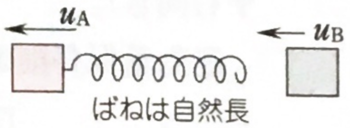




$m\cdot 3v=2mu+mu$ ∴ $u=\mathbf{v}$〔**m/s**〕

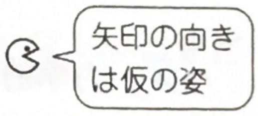
保存則は静止系で用いるのが大原則。A上の人に用いさせてはいけない。

(5) A，Bの速度を u_A，u_B(左向きを正)とすると，運動量保存則より $2mu_A+mu_B=m\cdot 3v$ …①



力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}\cdot 2m\cdot u_A{}^2+\frac{1}{2}mu_B{}^2=\frac{1}{2}m(3v)^2 \quad \cdots ②$$



①，②より u_B を消去すると $u_A(u_A-2v)=0$ ∴ $u_A=\mathbf{2v}$〔**m/s**〕

これは一つの弾性衝突とみなすこともできる。そこで②の代わりに反発係数 $e=1$ を用い，$u_A-u_B=-(0-3v)$ と①を連立させてもよい。

(6) $u_A=2v$ を①へ代入すると $u_B=-v$ よって，Bは速さ v で**右へ動く**。

31 (1) 点Aでの位置エネルギーmghが(点Bでは運動エネルギーに変わり,) BC間で摩擦熱に変わっているので　$mgh=\mu mg\cdot l$　∴　$\mu=\boldsymbol{\frac{h}{l}}$

(2)(ア) 水平方向には外力が働かないので, 水平方向については運動量保存則が成りたつ。

$$\boldsymbol{0=mv+MV} \quad \cdots①$$

全運動量が0なので, Pが右へ動けば($v>0$), 台は必ず左へ動く($V<0$)。

摩擦がないので, 物体系について力学的エネルギー保存則が成りたつ。失ったのはPの位置エネルギーで, 現れたのがPと台の運動エネルギーだから

$$\boldsymbol{mgh=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}MV^2} \quad \cdots②$$

(イ) ①より　$V=-\frac{m}{M}v$　　これを②へ代入すれば

$$mgh=\frac{1}{2}mv^2\left(1+\frac{m}{M}\right) \qquad ∴\quad v=\boldsymbol{\sqrt{\frac{2Mgh}{m+M}}}$$

また,　$V=-\frac{m}{M}v=\boldsymbol{-m\sqrt{\frac{2gh}{M(m+M)}}}$

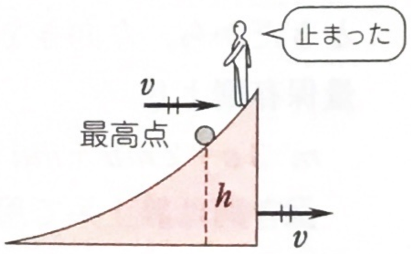
(ウ) 最後はPと台は一体となる。その速度をuとすると, 運動量保存則より

Pと台の間の摩擦は内力!

$$0=(m+M)u \qquad ∴\quad u=0 \qquad ∴\quad ④$$

水平方向の全運動量が0だから, 最後に一体となったときには必ず静止する。

32 (1)(ア) 最高点に達したとき, 台上の人から見てPは一瞬止まる。台に対する相対速度が0だから, Pと台の床に対する速度vが一致する(ベクトルとしての一致だからPの速度vも水平右向き)。



運動量保存則より　$mv_0=mv+Mv$

$$∴\quad v=\boldsymbol{\frac{m}{m+M}v_0}$$

問題30の(4)と同じ論拠

(イ) 力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}Mv^2+mgh$$

$$=\frac{m^2v_0^2}{2(m+M)}+mgh \qquad ∴\quad h=\boldsymbol{\frac{Mv_0^2}{2(m+M)g}}$$

(2) A, Bの速度を v_A, v_B とすると

運動量保存則より

$$mv_0 = mv_A + Mv_B \quad \cdots ①$$

力学的エネルギー保存則より　$\frac{1}{2}mv_0{}^2 = \frac{1}{2}mv_A{}^2 + \frac{1}{2}Mv_B{}^2 \quad \cdots ②$

①, ②より v_A を消去すると　$(m+M)v_B{}^2 = 2mv_0v_B$　∴　$v_B = \frac{2m}{m+M}v_0$

なお, v_A を求めてみると $v_A = \frac{m-M}{m+M}v_0$ となる。これからAは $m>M$ なら右へ動き, $m<M$ なら左へ動いていることが分かる。

また, 事態は一種の弾性衝突とみることもでき, $e=1$ の式 $v_A - v_B = -(v_0 - 0)$ と①とを連立させて解く手もある。

33 (1) 衝突の直前, 直後のBの速さを u_1, u_2 とする。力学的エネルギー保存則より

$$\frac{m}{8}\cdot gl = \frac{1}{2}\cdot\frac{m}{8}\cdot u_1{}^2 \qquad \therefore \quad u_1 = \sqrt{2gl}$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{m}{8}\cdot u_2{}^2 = \frac{m}{8}\cdot g(l - l\cos 60^\circ) \qquad \therefore \quad u_2 = \sqrt{gl}$$

A, Bの運動量保存則より, 左向きを正として

$$\frac{m}{8}\sqrt{2gl} = mv_0 + \frac{m}{8}\cdot(-\sqrt{gl}) \qquad \therefore \quad v_0 = \frac{\sqrt{2}+1}{8}\sqrt{gl}$$

もしも, 台車の上面全体に摩擦があるとしても, 衝突直後の台車は静止しており(慣性の法則), 上の結果に変わりはない。さらに, Bが台車に衝突する場合には, 衝突直後のAは静止していて, 衝突に影響を与えない。

(2) Aと台車の運動量保存則より(Aと台車間の動摩擦力は内力！)

$$mv_0 = (m+M)V \qquad \therefore \quad V = \frac{m}{m+M}v_0$$

(3) E は全体の運動エネルギーの減少分に等しく

$$E = \frac{1}{2}mv_0{}^2 - \frac{1}{2}(m+M)V^2 = \frac{mMv_0{}^2}{2(m+M)}$$

(4) エネルギー保存則より失われた運動エネルギー E は摩擦熱に等しいはずだから

$$\frac{mMv_0{}^2}{2(m+M)} = \mu mg\cdot d \qquad \therefore \quad d = \frac{Mv_0{}^2}{2\mu(m+M)g}$$

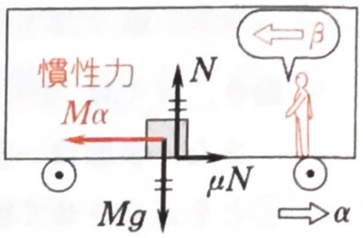
このように, 摩擦熱の計算には台車に対して滑った距離 d を用いること。

(2)以下は問題19と同じ状況である。運動方程式による解法と比較してみるとよい。

7 慣性力

KEY POINT 加速度運動をしている観測者が物体の運動(力のつり合いも含む)を扱うときには，慣性力を考えなければいけない。**乗り物内で起こる現象や，動く台上での物体の運動を扱うとき，慣性力を用いると大いに有効**である。

34 (1) 慣性力は，注目物体の質量と観測者の加速度の積となるので　$\boldsymbol{M\alpha}$ 〔**N**〕



動摩擦力は，垂直抗力を N とすると

$\mu N = \boldsymbol{\mu M g}$ 〔**N**〕

(2) 運動方程式より　$M\beta = M\alpha - \mu Mg$

$\therefore\ \beta = \boldsymbol{\alpha - \mu g}$ 〔$\mathbf{m/s^2}$〕

車内の人には，左へ β で滑るように見える

(3) 車内の人から見れば，β での等加速度運動。公式❷を用いると　$l = \frac{1}{2}\beta t^2 = \frac{1}{2}(\alpha - \mu g)t^2$　$\therefore\ t = \sqrt{\dfrac{\boldsymbol{2l}}{\boldsymbol{\alpha - \mu g}}}$ 〔**s**〕

公式❶より　$v = \beta t = \sqrt{\boldsymbol{2(\alpha - \mu g)l}}$ 〔**m/s**〕

公式❸を用いて　$v^2 - 0^2 = 2\beta l$　から求めてもよい。

(4) 慣性力 $M\alpha$ が最大摩擦力 $\mu_0 N = \mu_0 Mg$ を超えないと滑りださないので

$$M\alpha > \mu_0 Mg \qquad \therefore\ \mu_0 < \boldsymbol{\frac{\alpha}{g}}$$

35 問(4)，(5)が慣性力の問題である。

(1) 全体を一体として運動方程式を立てると

一体化の見方！

$(M+m)a = F - (M+m)g$　…①　　$\therefore\ F = \boldsymbol{(M+m)(g+a)}$

(2) 小球についての運動方程式は

$ma = T - mg$　…②　　$\therefore\ T = m(g+a)$

静止しているときには力のつり合いより $T = mg$ だから　$\boldsymbol{\dfrac{g+a}{g}}$ **倍**

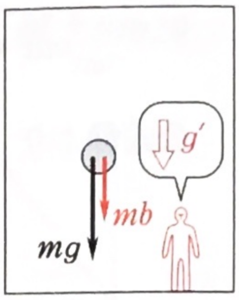
別解　エレベーターの運動方程式は　$Ma = F - Mg - T$　…③

ここに F を代入しても T が求められる。もともと，②と③の連立で F と T を解いてもよい。②+③=① の関係がある。

(3) エレベーターの運動方程式は　$Mb = F - Mg$

(1)の F を代入して b を求めると　$b = \boldsymbol{a + \dfrac{m}{M}(g+a)}$

(4) エレベーター内の人にとっては，重力 mg と慣性力 mb の 2 つの力が働いて小球が落下する。その合力は $mg+mb=\boldsymbol{m(g+b)}$ であり，**見かけの重力**とよばれる。



(5) $g'=g+b$ は**見かけの重力加速度**とよばれ，いまは h 下がる「自由落下」だから

$$h=\frac{1}{2}g't^2=\frac{1}{2}(g+b)t^2 \qquad \therefore\ t=\sqrt{\frac{\boldsymbol{2h}}{\boldsymbol{g+b}}}$$

見かけの重力 mg' を用いれば，日常の世界と同じ。

36 (1) 斜面方向の力のつり合いより　$T_0=\boldsymbol{mg\sin\theta}$

斜面に垂直な方向の力のつり合いより　$N_0=\boldsymbol{mg\cos\theta}$

(2) 慣性力 $m\alpha$ が右向きに働く(図 a)。

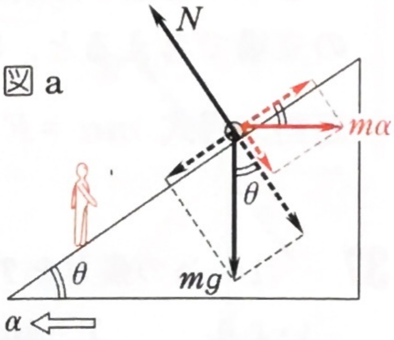
斜面方向の力のつり合いより

$$m\alpha\cos\theta=mg\sin\theta \qquad \therefore\ \alpha=\boldsymbol{g\tan\theta}$$

垂直方向の力のつり合いより

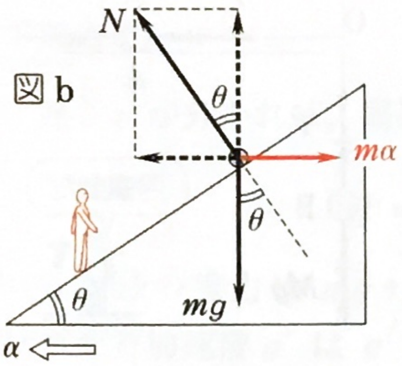
$$N=mg\cos\theta+m\alpha\sin\theta$$
$$=mg\left(\cos\theta+\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}\right)=\frac{\boldsymbol{mg}}{\boldsymbol{\cos\theta}}$$

図 a



$N=mg\cos\theta$ という誤答が多い

図 b



別解　水平方向と鉛直方向に分けて考えてもよい(図 b)。

水平 … $N\sin\theta=m\alpha$ …①

鉛直 … $N\cos\theta=mg$ …②

②から N が決まり，①へ代入して α が決まる。

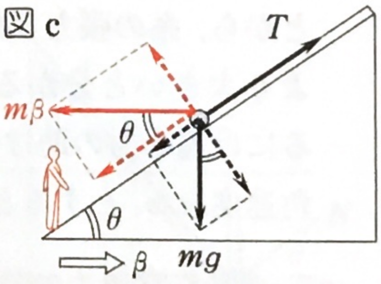
(3) 慣性力 $m\beta$ は左向きであり，斜面に垂直な方向のつり合いより

$$m\beta\sin\theta=mg\cos\theta \qquad \therefore\ \beta=\frac{\boldsymbol{g}}{\boldsymbol{\tan\theta}}$$

斜面方向のつり合いより

$$T=mg\sin\theta+m\beta\cos\theta$$
$$=mg\left(\sin\theta+\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta}\right)=\frac{\boldsymbol{mg}}{\boldsymbol{\sin\theta}}$$

図 c



別解　水平 … $m\beta=T\cos\theta$　　鉛直 … $T\sin\theta=mg$　より求める。

(4) 図 c で張力 T がなくなるから，斜面上の人が見る加速度を a として，運動方程式は

$$ma = mg\sin\theta + m\beta\cos\theta \overset{(3)と同じ計算により}{=} \frac{mg}{\sin\theta} \qquad \therefore\ a = \frac{g}{\sin\theta}$$

公式❸より　　$v^2 - 0^2 = 2al$　　$\therefore\ v = \sqrt{\dfrac{2gl}{\sin\theta}}$

8　円運動

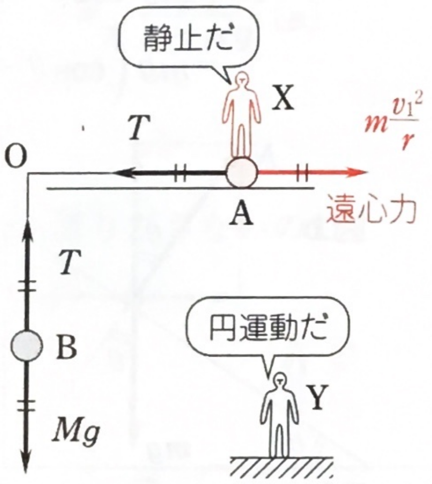
KEY POINT　**等速円運動の場合，遠心力$\left(mr\omega^2 \text{ または } m\dfrac{v^2}{r}\right)$を用いるとよい。完全な力のつり合いとなる**(回転する観測者の立場)。つまり，任意の方向について力はつり合っている。一方，静止する観測者の立場で考えると，物体には中心に向かって向心力 F が働いているはず。運動方程式 $ma = F$ を立て，向心加速度 $a = r\omega^2 = \dfrac{v^2}{r}$ を用いる。

37　(1)　糸の張力を T とすると，Bの力のつり合いより　　$T = Mg$　…①

一方，Aについて遠心力と張力のつり合いより

(Xの立場)　　$m\dfrac{v_1^2}{r} = T$　…②

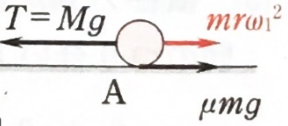
①，②より　　$v_1 = \sqrt{\dfrac{M}{m}gr}$



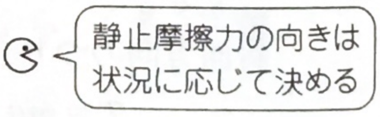
なお，遠心力を用いない場合(Yの立場)，糸の張力 T が向心力となっている。向心加速度 v_1^2/r を用いて，②は運動方程式として立式することになる。

(2)　まずAを放すと動き出す(Bに引きずられる)ことから，糸の張力(Mg に等しい)は最大摩擦力 μmg より大きいと分かる。そこでAを板上で静止させるには遠心力の助けを借りればよい(図a)。必要な角速度を ω_1 とすると

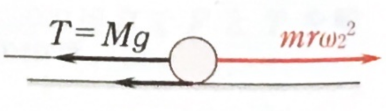
$$Mg = \mu mg + mr\omega_1^2 \qquad \therefore\ \omega_1 = \sqrt{\frac{(M-\mu m)g}{mr}}$$



図a



一方，遠心力が大き過ぎると，Aが外側に動いてしまう。静止できる限界では(図b)



図b

$$Mg + \mu mg = mr\omega_2^2 \qquad \therefore\ \omega_2 = \sqrt{\frac{(M+\mu m)g}{mr}}$$

$\omega_1 \leqq \omega \leqq \omega_2$ であればよいので　$\sqrt{\dfrac{(M-\mu m)g}{mr}} \leqq \omega \leqq \sqrt{\dfrac{(M+\mu m)g}{mr}}$

38　(1)　遠心力を考えて，力の図示をすると右のようになる。力のつり合いより

鉛直方向 … $N\sin\theta = mg$　…①

水平方向 … $N\cos\theta = m\dfrac{v^2}{r}$　…②

$\dfrac{①}{②}$ より　$v = \sqrt{\dfrac{gr}{\tan\theta}} = \sqrt{gh}$　…③

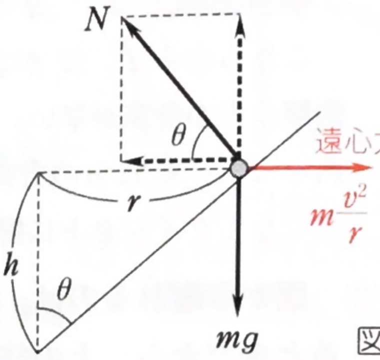


図 a

円の中心をしっかり確認

半径 $r = h\tan\theta$

別解　斜面方向のつり合いより (図 b)

$$mg\cos\theta = m\frac{v^2}{r}\sin\theta \quad (以下，略)$$

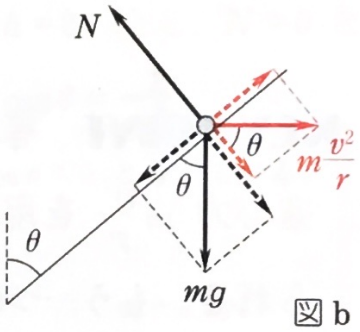


図 b

(2)　①より　$N = \dfrac{\boldsymbol{mg}}{\boldsymbol{\sin\theta}}$

別解の方式なら，$N = mg\sin\theta + m\dfrac{v^2}{r}\cos\theta$ として求める。

忘れやすい！

(3)　速さ v が分かれば，周期は $T = \dfrac{2\pi r}{v}$ として求められる。

$$T = \frac{2\pi \cdot h\tan\theta}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}\tan\theta$$

(4)　見かけの重力は $mg + ma = m(g+a)$ であり，見かけの重力加速度 g' は $g' = g + a$ となるから，③を利用すれば

同様のケースは前の結果を利用

$$v' = \sqrt{g'h} = \sqrt{(g+a)h}$$

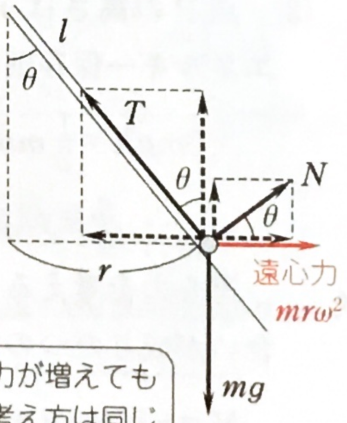
39　(1)　力を図示すると，右のようになる。

力のつり合いより

鉛直方向 … $T\cos\theta + N\sin\theta = mg$　…①

水平方向 … $T\sin\theta = N\cos\theta + mr\omega^2$　…②

半径 $r = l\sin\theta$ であり，①，②を連立方程式として解くと ($\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ を用いる)



力が増えても考え方は同じ

$$\boldsymbol{T = m(g\cos\theta + l\omega^2\sin^2\theta)}$$

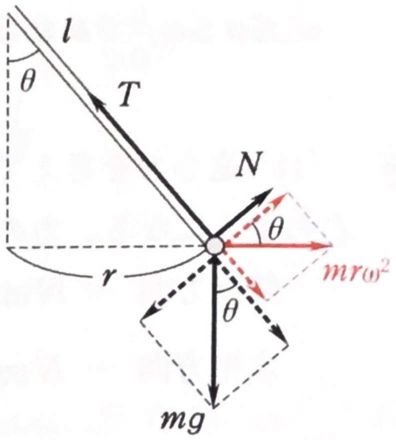
$$\boldsymbol{N = m(g - l\omega^2\cos\theta)\sin\theta}$$

別解　斜面方向の力のつり合いより

$$T = mg\cos\theta + mr\omega^2\sin\theta$$

垂直方向では　$N + mr\omega^2\cos\theta = mg\sin\theta$

これらから T，N が求められる。この問題では別解の方が計算が早い。未知量である $\vec{T}$ と $\vec{N}$ が直角をなし，それらの方向に分解しているので，連立でなくダイレクトに解ける。



(2)　**面から離れるのは，垂直抗力 N が $N=0$ となるときだから，**上の結果より

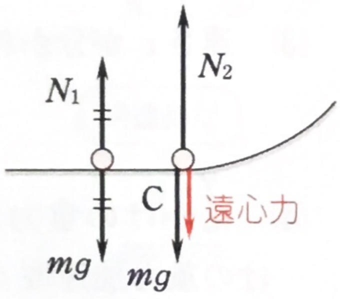
$$g - l\omega^2\cos\theta = 0 \qquad \therefore\ \omega = \sqrt{\frac{g}{l\cos\theta}}$$

KEY POINT　等速でない円運動（代表例は鉛直面内の円運動）でも，遠心力 $m\dfrac{v^2}{r}$ を用いるとよい。ただし，力のつり合いは半径方向に限られる。もう一つの，解法の鍵は力学的エネルギー保存則である。

40　(1)　求める速さを v_0 とすると，力学的エネルギー保存則より　$mgh = \dfrac{1}{2}mv_0^2 \qquad \therefore\ v_0 = \sqrt{2gh}$

(2)　直前に限らず，水平面上では力のつり合いより

$$N_1 = mg$$



点C通過直後から円運動に入る。遠心力を用いると，力のつり合いより　$N_2 = mg + m\dfrac{v_0^2}{r} = mg\left(1 + \dfrac{2h}{r}\right)$

エネルギー保存と半径方向のつり合いが解法の鍵

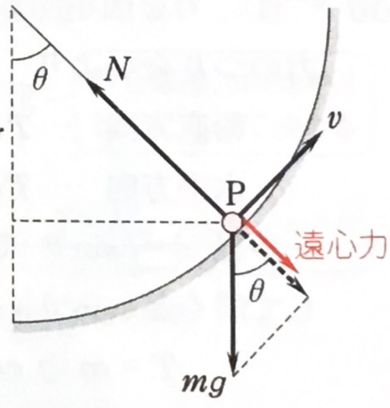
(3)　点Pの高さは $r - r\cos\theta$ だから，力学的エネルギー保存則より

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mg(r - r\cos\theta)$$

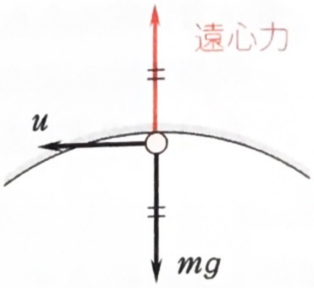
$$\therefore\ v = \sqrt{2g(h - r + r\cos\theta)}$$

遠心力を考えると，半径方向では力のつり合いが成りたつので

$$N = mg\cos\theta + m\frac{v^2}{r} = mg\left(\frac{2h}{r} - 2 + 3\cos\theta\right) \quad \cdots ①$$



(4) 円筒面の最高点を通るには，遠心力が重力以上になっていればよい。必要な速さの最小値を u とすると（そのときの垂直抗力は0），力のつり合いより



$$m\frac{u^2}{r}=mg \qquad \therefore\ u=\sqrt{gr}$$

小球を放した位置と力学的エネルギー保存則で結ぶと

$$mgh_0=\frac{1}{2}mu^2+mg\cdot 2r \qquad \therefore\ h_0=\frac{5}{2}r$$

ギリギリのケース。$u=0$ ですむとの誤解が多い。

別解　①より N は $\theta=180°$ で最小となる。その最小値が0以上であればよいので

$$N=mg\left(\frac{2h}{r}-2+3\cos 180°\right)\geqq 0 \qquad \therefore\ h\geqq\frac{5}{2}r\ (=h_0)$$

(5) 面から離れるときは垂直抗力 N が0となる。①で $h=2r$ とし，$N=0$ とおくと

$$0=mg(4-2+3\cos\theta) \qquad \therefore\ \cos\theta=-\frac{2}{3}$$

当然のことながら，離れるのは $\theta>90°$ の位置であり，$\cos\theta<0$ となっている。

41 (1) 力学的エネルギー保存則より　$mgl=\frac{1}{2}mv_0^2$　$\therefore\ v_0=\sqrt{2gl}$

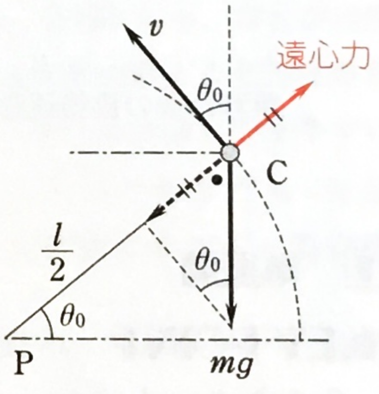
(2) 遠心力を考え，力のつり合いより　$T_1=mg+m\frac{v_0^2}{l}=3mg$

直後は円運動の半径が $l/2$ に変わることに注意し

$$T_2=mg+m\frac{v_0^2}{l/2}=5mg$$

速さ v_0 は直後でも変わらないが，力は急に変わる

(3) **糸がゆるむのは，張力 T が $T=0$ となるときだ**から，右図のように，半径方向では遠心力と重力の成分（点線矢印）がつり合う。



$$m\frac{v^2}{l/2}=mg\sin\theta_0 \qquad \cdots\cdots①$$

一方，力学的エネルギー保存則より

$$mgl=\frac{1}{2}mv^2+mg\left(\frac{l}{2}+\frac{l}{2}\sin\theta_0\right) \qquad \cdots②$$

①，②の連立方程式を解くと　$v=\sqrt{\frac{gl}{3}}$　　$\sin\theta_0=\frac{2}{3}$

(4) 点C以後は初速 v での放物運動に入る。点Cでの速度の鉛直成分は $v\cos\theta_0$ だから，求める高さを y とすると

$$0^2-(v\cos\theta_0)^2=2(-g)y \qquad \therefore\ y=\frac{v^2}{2g}(1-\sin^2\theta_0)=\frac{5}{54}l$$

∠BPC = 90° のとき糸を切れば，
球は高さ l に達する。

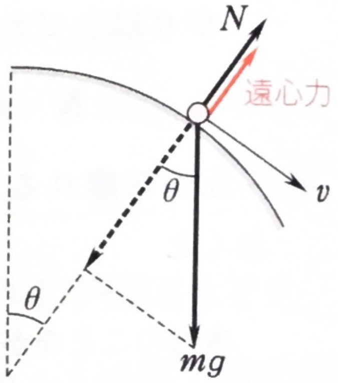
(5) 力学的エネルギー保存則より，点Aと同じ高さの点Oに達するときの質点の速さはuである。半径$l/2$の円運動の最高点である点Oに達するためには，点Oでの遠心力が重力以上であればよいので

$$m\frac{u^2}{l/2}=mg \qquad \therefore\quad u=\sqrt{\frac{gl}{2}}$$

42 (1) 力学的エネルギー保存則より（水平面を基準）

$$mga=\frac{1}{2}mv^2+mga\cos\theta \qquad \therefore\quad v=\sqrt{2ga(1-\cos\theta)} \quad \cdots①$$

(2) 小球が受ける垂直抗力をNとすると，半径方向での力のつり合いより



$$N+m\frac{v^2}{a}=mg\cos\theta$$

①を代入し　$N=\boldsymbol{mg(3\cos\theta-2)}$　…②

作用・反作用の法則よりこれは小球が面を押す力に等しい。

(3) 面から離れるのは　$N=0$

②より（$\theta=\theta_0$として）　$\cos\theta_0=\frac{2}{3}$

問われているのはこの図のNではない！

(4) ①を用いて

$$v_0=\sqrt{2ga(1-\cos\theta_0)}=\sqrt{2ga\left(1-\frac{2}{3}\right)}=\sqrt{\frac{2}{3}ga}$$

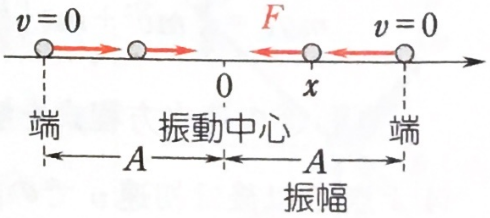
(5) AQ間について力学的エネルギー保存則を用いると

$$mga=\frac{1}{2}mv_1^2 \qquad \therefore\quad v_1=\sqrt{2ga}$$

離れた後の放物運動をまともに解くと，大変な計算になってしまう。

9 単振動

KEY POINT　単振動が起こるかどうか分からないときは，物体に働く力の合力Fを調べる。力のつり合い位置を原点として，物体が位置xにいるとき，**$F=-Kx$と表されれば単振動と決まる**（Kは正の定数）。**振動中心（$x=0$）は力のつり合い位置**であり，**周期は$T=2\pi\sqrt{m/K}$**となる。合力Fに対する位置エネルギーが$\frac{1}{2}Kx^2$（単振動



の位置エネルギー)であり，エネルギー保存則(問題編 p 29)が用いられる。速さは振動中心で最大となり，$v_{max} = A\omega$ (ω は角振動数で角速度に相当し，$T = 2\pi/\omega$ の関係がある。)

ばね振り子の場合は $K = k$ (ばね定数)であり，周期は $T = 2\pi\sqrt{m/k}$

ばね振り子の場合，エネルギー保存則の立て方は2通りある(A方式が単振動のエネルギー保存則に対応する)。

A方式　$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = 一定$　(x は振動中心からの距離)

$\frac{1}{2}kx^2$：単振動の位置エネルギー

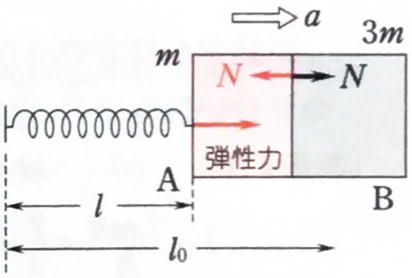
B方式　$\frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}kx^2 = 一定$　(x は自然長からの伸び・縮み)

$\frac{1}{2}kx^2$：弾性エネルギー

43　(1)(ア)　力の図示は右のようになる。

A … $ma = k(l_0 - l) - N$　…①

B … $3ma = N$　…②



作用・反作用が大切

(イ)　①，②より a を消去すると

$$N = \frac{3}{4}k(l_0 - l)$$

離れるのは $N = 0$ となるときだから　$l = l_0$

この結果は自然長に戻った時に離れることを表している。直観的にも，ばねが自然長になるまでは弾性力が右向きに働いてAを押し続け，自然長を越えると弾性力が左向きとなってAにブレーキをかけるので，Bが自然長で離れるのは分かりやすい。

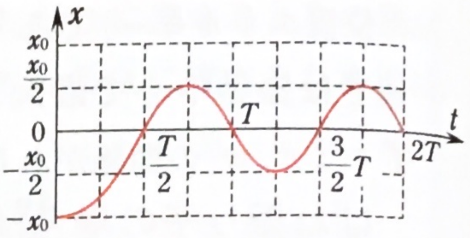
(2)　ばねが自然長に戻ったときの速さ v を求めればよい(そのときまでA・Bは一体)。その後Bはばねから離れ，等速 v で動く。　力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}(m + 3m)v^2 \qquad \therefore \quad v = \frac{x_0}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

(3)　Bが離れた後は，A単独での力学的エネルギー保存となる。ばねの長さが最大 l_m となるのはAが一瞬止まるときだから

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}k(l_m - l_0)^2 \qquad 上の\ v\ を代入して \qquad l_m = l_0 + \frac{x_0}{2}$$

(4) はじめ，A・Bが一体で動いているときの単振動の周期 T_{AB} は



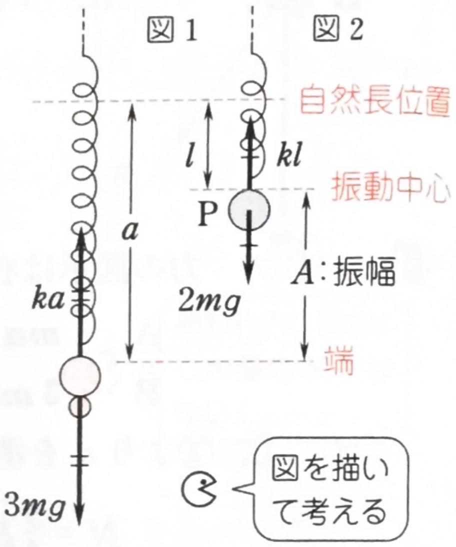
$$T_{AB} = 2\pi\sqrt{\frac{m+3m}{k}} = 2\times 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2T$$

運動の切り変わりに注意

自然長位置が振動中心であり，**端と振動中心の間を移動する時間は $\frac{1}{4}$ 周期**だから　　$\frac{1}{4}T_{AB} = \frac{1}{2}T$

その後 $\left(t \geqq \frac{1}{2}T\right)$ は，A単独での単振動に入り，その周期は T であること，振幅は(3)の結果より $\frac{1}{2}x_0$ であることに注意してグラフを描けばよい。

44 (a) P・Q一体(質量 $3m$)での力のつり合いより



(図1)　　$ka = 3mg$　　$\therefore\ k = \boldsymbol{\frac{3mg}{a}}$

(b) 周期の公式より　　$T_{PQ} = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{k}} = \boldsymbol{2\pi\sqrt{\frac{a}{g}}}$

(c) 振動中心は力のつり合い位置である。P単独でのつり合い位置でのばねの伸びを l とすると（図2）

$$kl = 2mg$$

$\therefore\ l = \frac{2mg}{k} = \frac{2}{3}a$　　$\therefore\ a - l = \boldsymbol{\frac{1}{3}a}$

図を描いて考える

(d) **振幅 A は振動中心と端の間の距離**である。そして端は速度0の点，つまりPが動きだした点だから，(c)の答えと同じで　　$A = \boldsymbol{\frac{1}{3}a}$

(e) 周期の公式より　$T_P = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}} = \boldsymbol{2\pi\sqrt{\frac{2a}{3g}}}$

文字 k が使えないことに注意

(f) 求める速さを v_{max} とする。単振動のエネルギー保存則(**A** 方式)より

$$\frac{1}{2}k\left(\frac{a}{3}\right)^2 = \frac{1}{2}(2m)v^2_{max} \qquad \therefore\ v_{max} = \frac{a}{3}\sqrt{\frac{k}{2m}} = \boldsymbol{\sqrt{\frac{ga}{6}}}$$

別解　**B** 方式を用いる。はじめの位置を重力の位置エネルギーの基準として

$$0 + 0 + \frac{1}{2}ka^2 = \frac{1}{2}(2m)v^2_{max} + (2m)g\cdot\frac{a}{3} + \frac{1}{2}k\left(\frac{2}{3}a\right)^2$$　(以下，略)

別解　公式 $v_{max} = A\omega$ より　　$v_{max} = \frac{a}{3}\cdot\frac{2\pi}{T_P} = \frac{a}{3}\cdot\sqrt{\frac{3g}{2a}} = \sqrt{\frac{ga}{6}}$

(g) 慣性力 $(2m)\alpha$ を考えると，力のつり合いより

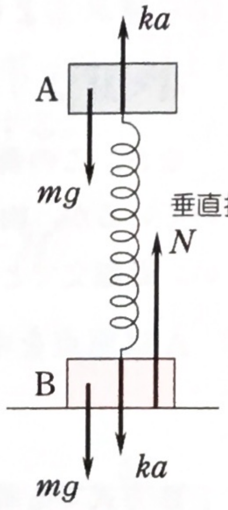
$$ka = (2m)g + (2m)\alpha \qquad \therefore\ \alpha = \boldsymbol{\frac{1}{2}g}$$

右辺全体 $2m(g+\alpha)$ は見かけの重力とよばれている。

単振動は動き出した点が，振動の端つまりv=0の点である。

(h) ばね振り子の周期は重力(いまは見かけの重力)の影響を受けないので
1倍　弾性力の他に一定の力が加わっても周期は変わらない。

45 (1) Aのつり合いより　$ka=mg$　$\therefore\ k=\boldsymbol{\frac{mg}{a}}$



Bは縮んでいるばねから下向きにkaの力を受けていることに注意して，Bのつり合いは

$$N=mg+ka=\boldsymbol{2mg}$$

なお，AとB(とばね)の全体を一体としてみると質量は$2m$で，つり合いは$N=2mg$と簡単に決められる。

(2)(ア) **単振動での速さは，振動中心(力のつり合い位置)で最大v_{max}になる。**P点が単振動の端の位置でO点が振動中心だから，振幅はaとなる。

ばねの力は両端で出現

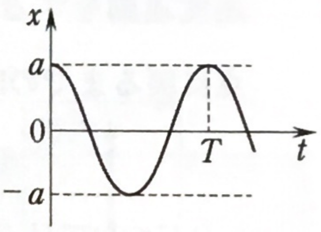
$v_{max}=A\omega$ より　$v_{max}=a\dfrac{2\pi}{T}=a\sqrt{\dfrac{k}{m}}=a\sqrt{\dfrac{g}{a}}=\boldsymbol{\sqrt{ga}}$

別解 エネルギー保存則(**A**方式)より　$0+\frac{1}{2}ka^2=\frac{1}{2}mv^2_{max}+0$　(以下，略)

別解 **B**方式では　$0+0+\frac{1}{2}k(2a)^2=\frac{1}{2}mv^2_{max}+mga+\frac{1}{2}ka^2$　(Pを基準)

(イ) xとtの関係をグラフにすると右のようになる(x軸を上向きにし，関係を読み取りやすくした)。cos型の曲線なので

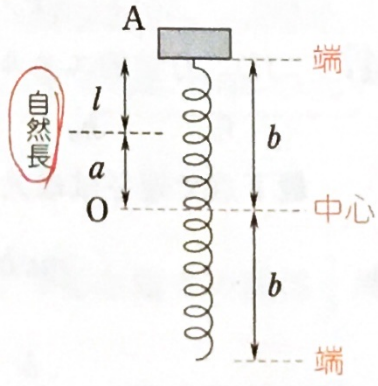
$$x=a\cos\omega t=\boldsymbol{a\cos\sqrt{\frac{g}{a}}\,t}$$



単振動では，xも速度も加速度も，時間tの関数としてはsinかcos。型が決まれば，中身はωt

まずはグラフを。次に型を決める。

(3) bは振幅だから，Aは振動中心Oよりbだけ上まで上がる。一方，ばねが自然長より伸びるとBに対して弾性力は上向きにかかり，mgに達するとBは浮き始める(垂直抗力は0)。そのときの伸びをlとすると　$kl=mg$　$\therefore\ l=\dfrac{mg}{k}=a$



右の図より　$b=a+l=\boldsymbol{2a}$

46 (1) 力学的エネルギー保存則より　$mg\cdot d\sin 30^\circ=\frac{1}{2}mu^2$　$\therefore\ u=\boldsymbol{\sqrt{gd}}$

(2) 運動量保存則より　$Mv_A+mv_B=mu$　…①

弾性衝突は反発係数が1だから　　$v_A - v_B = -(0 - u)$　…②

①$+m\times$②より　　$(M+m)v_A = 2mu$　　$\therefore\ v_A = \dfrac{2m}{m+M}\sqrt{gd}$

①$-M\times$②より　　$(m+M)v_B = (m-M)u$　　$\therefore\ v_B = \dfrac{m-M}{m+M}\sqrt{gd}$

$m<M$ より $v_B<0$ であり，Bは衝突ではね返ることが分かる。

なお，この衝突では物体系A，Bに対して外力(重力の斜面方向成分や弾性力)が働いているが，衝突が瞬間的で外力の力積は無視できるため，運動量保存則を用いてよい。問題文でとくに断りがない場合，衝突は瞬間的と考える。

(3)　Aは原点を中心に単振動を始める。単振動のエネルギー保存則(**A**方式)より

$$\frac{1}{2}Mv_A^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}kx_0^2 \qquad \therefore\ x_0 = v_A\sqrt{\frac{M}{k}}$$

B方式でも解けるが，ばねの自然長位置を調べる必要があり，計算が煩雑になる。

(4)　**A**方式より　　$\dfrac{1}{2}Mv_A^2 + 0 = \dfrac{1}{2}Mw^2 + \dfrac{1}{2}k\left(\dfrac{x_0}{2}\right)^2$

> A方式の威力！

(3)の x_0 を代入することにより　　$w = \dfrac{\sqrt{3}}{2}v_A$

(5)　Aは半周期 $\dfrac{1}{2}T = \dfrac{1}{2}\cdot 2\pi\sqrt{\dfrac{M}{k}}$ で原点に戻る。一方，Bは斜面に沿って等加速度運動をする。運動方程式 $ma = mg\sin 30^\circ$ より　$a = \dfrac{1}{2}g$　衝突後，原点に戻るまでの時間を t とすると，公式❷を用いて(初速 v_B は負)

$$0 = v_Bt + \frac{1}{2}\cdot\frac{g}{2}t^2 \qquad \therefore\ t = -\frac{4v_B}{g}\ (>0)$$

Bについては，斜面方向上向きを正として考え直してもよい。

$\dfrac{1}{2}T = t$　より　　$\pi\sqrt{\dfrac{M}{k}} = \dfrac{4(M-m)}{(m+M)g}\sqrt{gd}$　　$\therefore\ d = \dfrac{\pi^2Mg}{16k}\left(\dfrac{M+m}{M-m}\right)^2$

静止するという条件の基で考える（静止しないとき解なし）

47　(1)　力学的エネルギー保存則より，はじめと同じ高さの位置まで達するから　　h_0

最下点で速さは最大 v_m となる。

$$mgh_0 = \frac{1}{2}mv_m^2 + mg(H-L)$$

$$\therefore\ v_m = \sqrt{2g(h_0+L-H)}$$

(2)　振幅が小さいので，糸の長さ l の単振り子の周期は $T = 2\pi\sqrt{l/g}$　左半分は $l=L$ でよいが，右半分では $l=L-d$ となることと，それぞれは半周期分の運動に対応することに注意して

振れ小さい場合
↓
振り子の周期は振れ幅に依らない

$$2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\times\frac{1}{2}+2\pi\sqrt{\frac{L-d}{g}}\times\frac{1}{2}=\frac{\pi}{\sqrt{g}}(\sqrt{L}+\sqrt{L-d})$$

(3)　エレベーター内では，重力 mg のほかに，慣性力 ma が鉛直下向きに働くので，見かけの重力は $mg+ma=m(g+a)$ となる。よって，見かけの重力加速度は $g'=g+a$ と表される。(1)はやはり力学的エネルギー保存則より（位置エネルギーは「$mg'h$」とすればよく），$\boldsymbol{h_0}$ の高さまで達する。

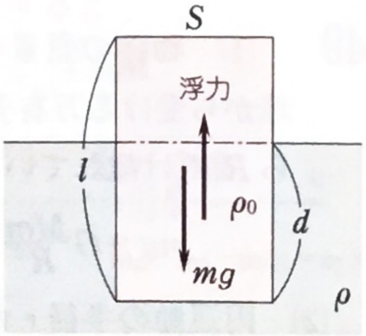
v_m は g を g' に置き換えればよく

$$v_m=\sqrt{2g'(h_0+L-H)}=\sqrt{2(g+a)(h_0+L-H)}$$

(2)も同様で，　$\dfrac{\pi}{\sqrt{g+a}}(\sqrt{L}+\sqrt{L-d})$

48　(1)　浮力 F は液面下の体積 V と液体の密度 ρ を用いて，$\boldsymbol{F=\rho Vg}$ と表される。円柱の質量 m は $m=\rho_0 Sl$ だから，浮力と重力のつり合いより

$$\rho(Sd)g=(\rho_0 Sl)g \quad \cdots① \qquad \therefore\ d=\frac{\rho_0}{\rho}l$$

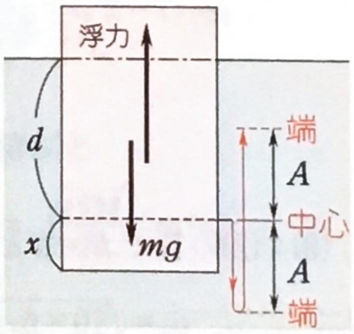


ρ₀<ρ は当然のこと

(2)　質量が等しい弾性衝突（$e=1$）では，衝突する2物体の速度は入れ替わる。よって，直後の円柱の速さは $\boldsymbol{v_0}$ であり，小球の速さは0となる。運動量保存則と $e=1$ の式の連立で解いてもよい。

(3)　液面下の体積が $S(d+x)$ だから

$$f=(\rho_0 Sl)g-\rho S(d+x)g$$
$$=-\rho Sgx \quad (\because\ ①を用いた)$$



底面に注目してみた

(4)　合力 f が「$-Kx$」型の力だから，単振動と分かる。　$K=\rho Sg$ であり，振幅を A として単振動のエネルギー保存則を用いると

$$\frac{1}{2}mv_0^2+0=0+\frac{1}{2}KA^2 \quad \therefore\ A=v_0\sqrt{\frac{m}{K}}=v_0\sqrt{\frac{\rho_0 l}{\rho g}}$$

上図より　$d_1=d+A=\dfrac{\rho_0}{\rho}l+v_0\sqrt{\dfrac{\rho_0 l}{\rho g}}$

(5)　底面に着目すると，上図の赤線のように運動する。中心と端との間は $\frac{1}{4}$ 周期で動くから，動き始めてから $\frac{3}{4}$ 周期で上の端に達する。

$$t=\frac{3}{4}T=\frac{3}{4}\cdot 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}=\frac{3}{2}\pi\sqrt{\frac{\rho_0 l}{\rho g}}$$

10 万有引力

KEY POINT 万有引力の法則 $F=G\dfrac{Mm}{r^2}$ や，万有引力の位置エネルギー $U=-\dfrac{GMm}{r}$（無限遠を基準）を扱うときの r は天体の中心からの距離。天体の質量は中心に集中していると思ってよい。

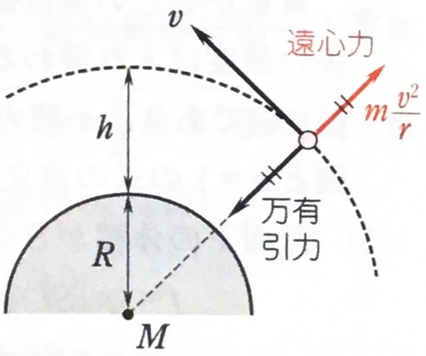
まず，重力加速度 g と万有引力の関係をしっかりつかむこと。次に**万有引力による等速円運動が扱えること**。難しいのは**楕円軌道**で，ケプラーの法則で対処する。とくに，**面積速度一定の法則と力学的エネルギー保存則の2つが解法の鍵**となる。

49 (1) 物体の質量を m とする。重力 mg とは，地球から受ける万有引力のことで，地表は地球中心から R だけ離れているから

重力加速度 g とは何かが，はじめて分かったと言える

$$mg=G\frac{Mm}{R^2} \qquad \therefore\quad g=\frac{GM}{R^2} \quad \cdots①$$

(2) 円運動の半径 r が $r=R+h$ であることに注意し，遠心力を考えると，力のつり合いより



$$m\frac{v^2}{R+h}=G\frac{Mm}{(R+h)^2} \qquad \therefore\quad v=\sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$\therefore\quad T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi(R+h)}{v}$$

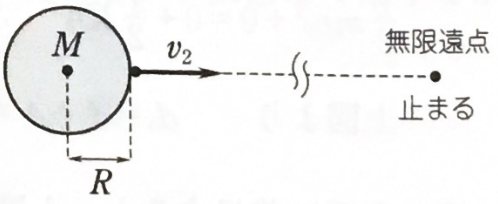
$$=2\pi(R+h)\sqrt{\frac{R+h}{GM}}$$

(3) (2)の答で $h=0$ とすればよく　$v_1=\sqrt{\dfrac{GM}{R}}=\sqrt{gR}$　（∵ ①より $GM=gR^2$）

$$v_1=\sqrt{10\times6.4\times10^3\times10^3}=\mathbf{8.0\times10^3}\ 〔\mathrm{m/s}〕$$

音速の20倍以上！

(4) 力学的エネルギー保存則より



$$\frac{1}{2}mv_2{}^2+\left(-\frac{GMm}{R}\right)=0+0 \quad \cdots②$$

$$\therefore\quad v_2=\sqrt{\frac{2GM}{R}}=\sqrt{2gR}$$

②の右辺は無限遠点でのエネルギー。止まるので運動エネルギーは0　また，無限遠点での位置エネルギーは0（基準点）。

v_1，v_2 はそれぞれ第1宇宙速度，第2宇宙速度とよばれる。

50　(1)　$T=\frac{2\pi}{\omega}$ より角速度は $\omega=\frac{2\pi}{T}$　遠心力 $mr\omega^2$ と万有引力のつり合いより

$$mr\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2=\frac{GMm}{r^2}\qquad \therefore\quad r=\left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

遠心力を考えなければ，運動方程式 $ma=F$ と $a=r\omega^2$ を用いて立式する。なお，静止衛星は赤道の上空を周期 $T=1$〔日〕で回るので，地上から見れば静止しているように見える。

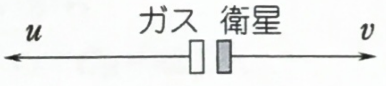
(2)(ア)　ここでは，遠心力 $m\frac{v^2}{r}$ を用いて

$$m\frac{v^2}{r}=\frac{GMm}{r^2}\qquad \therefore\quad v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$$

(イ)　力学的エネルギー保存則より，ガスの質量を m_G とすると

$$\frac{1}{2}m_Gu^2+\left(-\frac{GMm_G}{r}\right)=0+0\qquad \therefore\quad u=\sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

(ウ)　「分裂」現象であり，運動量保存則が成り立つ。衛星の質量は m_0-m_G であり，はじめAは静止していたので



$$m_Gu=(m_0-m_G)v$$

$$m_G\sqrt{\frac{2GM}{r}}=(m_0-m_G)\sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$0=-m_Gu+mv$ としてもよい

$$\therefore\quad \sqrt{2}m_G=m_0-m_G\qquad \therefore\quad m_G=\frac{m_0}{1+\sqrt{2}}=(\sqrt{2}-1)m_0$$

51　(1)　力学的エネルギー保存則により，地表とA点を結ぶと

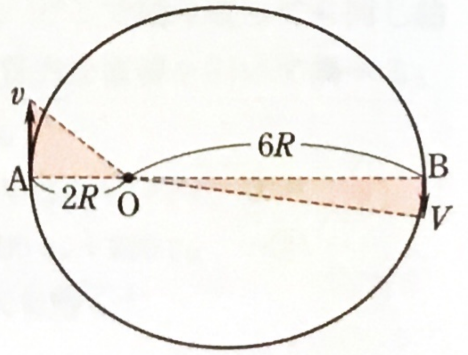
$$\frac{1}{2}mv_0^2+\left(-\frac{GMm}{R}\right)=0+\left(-\frac{GMm}{2R}\right)\qquad \therefore\quad v_0=\sqrt{\frac{GM}{R}}\text{〔m/s〕}$$

(2)　円運動の式は $m\frac{v^2}{2R}=\frac{GMm}{(2R)^2}$　$\therefore\ v=\sqrt{\frac{GM}{2R}}$〔m/s〕

断りがなければ自転や大気は無視してよい

$$T_0=\frac{2\pi(2R)}{v}=4\pi R\sqrt{\frac{2R}{GM}}\text{〔s〕}$$

(3)(ア)　面積速度は1s間に描く扇状の面積であるが，速さは1s間に動く距離であり，右のように赤い直角三角形の面積で近似できるから



$$\frac{1}{2}\cdot 2R\cdot v=\frac{1}{2}\cdot 6R\cdot V$$

面積速度は一定

$$\therefore\quad V=\frac{1}{3}v\text{〔m/s〕}$$

(イ) 力学的エネルギー保存則によりA点とB点を結ぶと

$$\frac{1}{2}mv^2+\left(-\frac{GMm}{2R}\right)=\frac{1}{2}m\left(\frac{v}{3}\right)^2+\left(-\frac{GMm}{6R}\right) \qquad \therefore\ v=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3GM}{R}}\ \text{〔m/s〕}$$

(ウ) ケプラーの第3法則 $\dfrac{T^2}{a^3}=$ **一定** により，楕円軌道と円軌道をつなぐ。半長軸 a は長軸の長さの半分だから

第3法則は別々の軌道を結ぶ関係

$$\frac{T^2}{\left(\dfrac{2R+6R}{2}\right)^3}=\frac{T_0^{\,2}}{(2R)^3} \qquad \therefore\ T=2\sqrt{2}\,T_0\ \text{〔s〕}$$

(2)で求めた T_0 を代入することにより，T が完全に分かったことになる。

熱

1 比熱・熱容量

KEY POINT　比熱は物質で決まる定数。一方，熱容量は質量によって変わる。温度の異なる物体を接触させると，やがて同じ温度となる。このとき**熱量の保存**(熱に関するエネルギー保存則)が要(かなめ)となる。**低温物体が得た熱量＝高温物体が失った熱量** と立式するとよい。

固体が液体になる間(液化)や液体が気体になる間(蒸発)など，**物質の三態の間で状態が変わる間は温度は一定**に保たれる。

52　(1)　$Q=mc\Delta T$ より　$Q_0=30\times4.2\times(80-40)=\mathbf{5040=5.0\times10^3\,J}$

(2)　低温の熱量計と 50 g の水が得た熱量は Q_0 に等しいから

$$C_M(40-20)+50\times4.2\times(40-20)=5040 \qquad \therefore\ C_M=\mathbf{42\,J/K}$$

(3)　$Q=mc\Delta T$ で mc は熱容量を表すから

$$C_M=110\,c_1 \qquad (2)の結果より \qquad c_1=\frac{42}{110}=0.381\cdots\fallingdotseq\mathbf{0.38\,J/g\cdot K}$$

(4)　既に 40℃ の水が 50＋30＝80 g ある。求める量を x〔g〕とすると

$$42\times(50-40)+80\times4.2\times(50-40)=x\times4.2\times(80-50) \qquad \therefore\ x=\mathbf{30\,g}$$

(5)　$42\times(60-50)+(80+30)\times4.2\times(60-50)=400\,c_2(100-60)$

$$\therefore\ c_2=\frac{420+4620}{16000}=\mathbf{0.315\fallingdotseq0.32\,J/g\cdot K}$$

53　(1)　$Q=C\Delta T$ (C は熱容量)を用いる。実験1では 10℃ から 500 秒間で 20℃ になっているので

$$10.0\times500=C_1\times(20-10) \qquad \therefore\ C_1=\mathbf{5.0\times10^2\,J/K}$$

実験2では，目盛りの読みやすい 400 秒に着目すると，14℃ になっていて

$$9.0\times400=C_2\times(14-10) \qquad \therefore\ C_2=\mathbf{9.0\times10^2\,J/K}$$

この問題では測定値が直線上に並んでいるので，どこで読み取っても同じ結果になる。実際の実験ではバラツキが出るので，妥当な直線を引いて調べる。なお，J/K は J/℃ と表記してもよい(以下，同様)。

(2)　水と銅の比熱をそれぞれ c_W，c_M〔J/g·K〕とおくと，$C=mc$ より

$$C_1=100\,c_W+250\,c_M \quad \cdots① \qquad C_2=200\,c_W+250\,c_M \quad \cdots②$$

(1)で求めた C_1，C_2 の値を代入して，連立方程式を解くと

$c_W = \mathbf{4.0\ J/g \cdot K}$　　$c_M = \mathbf{0.40\ J/g \cdot K}$

(3) 水 200 g と容器はまとめて $C_2 = 9.0 \times 10^2$ J/K であり，求める比熱を c とすると，熱量の保存より

$$9.0 \times 10^2 \times (17-10) = 100\,c \times (80-17) \qquad \therefore \quad c = \mathbf{1.0\ J/g \cdot K}$$

(4) 室温が 25℃ で 17℃ より高いので，水熱量計には熱が流入する。よって，最後の温度は 17℃ より**高い**。そこで，(3)の式の左辺が増し，さらに右辺の温度差が小さくなる。したがって，得られる比熱 c は実験 3 の値より**大きい**。

54 (1) $Q = mc\Delta T = 200 \times 4.2 \times (50-0) = \mathbf{4.2 \times 10^4}$〔**J**〕

(2) 求める電力を P〔W〕とすると，t〔s〕間での発熱量は Pt〔J〕だから

$$P \times 200 = 4.2 \times 10^4 \qquad \therefore \quad P = \mathbf{210}\text{〔}\mathbf{W}\text{〕}$$

(3) 融解熱は 0℃ の氷 1 g を水にするのに必要な熱量であり，320 秒間で 200 g の氷を溶かしているので

$$L = (210 \times 320) \div 200 = \mathbf{336}\text{〔}\mathbf{J/g}\text{〕}$$

液化の間は温度は一定

(4) はじめの 40 秒間に着目する。 $Q = mc\Delta T$ より

$$210 \times 40 = 200\,c_0 \times \{0-(-20)\} \qquad \therefore \quad c_0 = \mathbf{2.1}\text{〔}\mathbf{J/g \cdot K}\text{〕}$$

(5) 120 − 40 = 80 秒間だけ氷を溶かしたので

$(210 \times 80) \div 336 = 50$〔g〕　よって，残っているのは　$200 - 50 = \mathbf{150}$〔**g**〕

2 熱力学

KEY POINT　理想気体を対象とし，**状態方程式が基礎**になる。次に，**第 1 法則**。これは気体に関するエネルギー保存則で，熱量 Q は吸収を正，放出を負として扱う。ただし，仕事 W は，される仕事(圧縮のケース)を正とするか，する仕事(膨張のケース)を正とするかで表記が分かれる。どちらか一方に慣れておけばよい。

内部エネルギー U は絶対温度 T に比例する。その変化 ΔU は，定積モル比熱 C_V を用いて $\Delta U = nC_V\Delta T$ と表せる(任意の状態変化で)。

定積変化では $Q = nC_V\Delta T$

定圧変化では

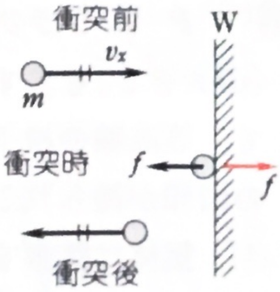
$$Q = nC_P\Delta T \text{（ここで } C_P = C_V + R\text{）と（する仕事）} = P\Delta V$$

単原子分子気体では　$U = \frac{3}{2}nRT$，$C_V = \frac{3}{2}R$，$C_P = \frac{5}{2}R$

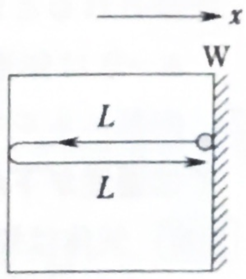
なお，熱力学の公式に現れる Δ(デルタ)は変化を表し，(後の量) − (初めの量)を意味する。

55　(1)　**力積＝運動量の変化**より分子が受けた力積は

$$-mv_x - mv_x = -2\,mv_x$$



マイナス符号は，受けた力 f（黒矢印）が左向きのため。作用・反作用の法則よりWに与えた力積は右向き（力は赤矢印 f）だから，符号は正で　$\boldsymbol{2\,mv_x}$



(2)　分子は x 方向に2Lの距離を動くたびにWと衝突する（左側の壁との衝突は数えていないことに注意）。
時間 t の間には v_xt の距離を動くので，衝突回数は

$$\boldsymbol{\frac{v_x t}{2L}}$$

なお，y，z 方向の運動はWとの衝突には無関係で，無視している。

(3)　(1)，(2)の結果より　$2\,mv_x \times \dfrac{v_x t}{2L} = \boldsymbol{\dfrac{mv_x^2 t}{L}}$

(4)　時間 t の間に全分子がWに与える力積は　$N \times \dfrac{m\overline{v_x^2}t}{L}$　…①

一方，「全分子が」は「気体が」と言い換えてもよく，気体がWを押す力を F とすると，①の力積は Ft に等しい。よって　$\boldsymbol{F = \dfrac{Nm\overline{v_x^2}}{L}}$

(5)　$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ の関係から　$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$　そして，分子の運動はどの方向も同等だから　$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$　これらより　$\overline{v^2} = 3\,\overline{v_x^2}$

（圧力）＝（力）/（面積）　より　$P = \dfrac{F}{L^2} = \dfrac{Nm\overline{v_x^2}}{L^3} = \boldsymbol{\dfrac{Nm\overline{v^2}}{3L^3}}$　…②

この式は体積 V を用いて **$P = Nm\overline{v^2}/3V$** と公式化されている（容器の形によらない）。

(6)　**$PV = nRT$** において　$n = N/N_A$ なので　$\boldsymbol{PL^3 = \dfrac{N}{N_A}RT}$　…③

(7)　③の P に②を代入し，整理すると　$\dfrac{1}{2}m\overline{v^2} = \boldsymbol{\dfrac{3RT}{2N_A}}$　…④　（公式が導かれた）

(8)　理想気体の内部エネルギーは分子の運動エネルギーの総和だから

$$U = N \times \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \boldsymbol{\frac{3NRT}{2N_A}}$$

こうして単原子分子気体についての **$U = \dfrac{3}{2}nRT$** が得られる。2原子分子になると回転の運動エネルギーももってしまうので通用しない（④は何原子分子でも大丈夫）。

56 ***P*-*V* グラフでは，面積が仕事(の大きさ)を表す**ことが大切。そして，等温線の様子から温度についての情報が得られる。

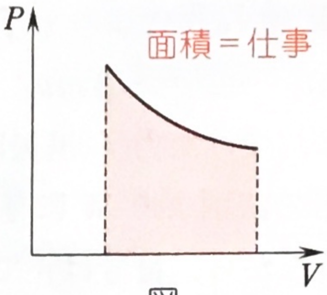


図 a

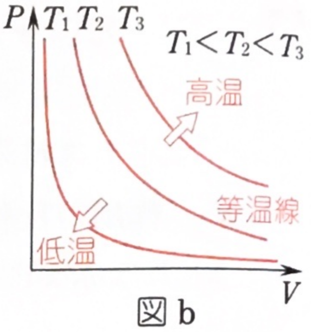


図 b

(1) **気体は膨張するとき仕事をし，圧縮されるとき仕事をされる。**

A→B は体積が減る圧縮だから　**(イ)**

(2) 内部エネルギーは絶対温度に比例する。B→C は断熱膨張であり，**断熱膨張では温度が下がる**から，内部エネルギーも減少する。　**(ロ)**

別解　気体は膨張して仕事をし，断熱で熱の出入りはないから，熱力学第1法則 $\Delta U = Q + W$ において，$Q = 0$ で $W < 0$　よって　$\Delta U < 0$

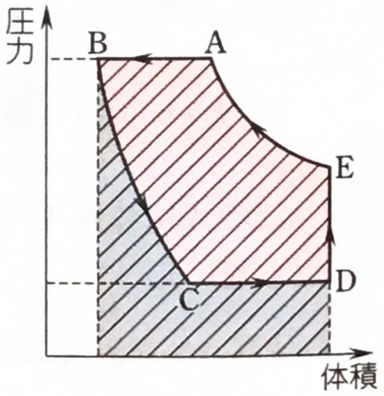
(3) 上の図 b と照らし合わせれば，C→D では温度は上昇　**(イ)**

(4) D→E は定積変化。熱量は $Q = nC_V\Delta T$ と表せる。図 b より温度は上昇し，$\Delta T > 0$　よって　$Q > 0$　これは熱の吸収を意味する。　**(ロ)**

なお，$Q = nC_P\Delta T$ より定圧変化 C→D は熱の吸収，A→B は熱の放出を確かめてみるとよい。

(5) 分子の運動エネルギー(の平均値)は $\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}\cdot\frac{R}{N_A}\cdot T$ と表せる。

E→A は等温変化で T が一定。よって $\frac{1}{2}m\overline{v^2}$ も一定。　**(ハ)**



(6) B→C→D で気体は膨張し灰色部分の仕事をし，E→A→B で圧縮され斜線部分の仕事をされる。結局，1 サイクルでは赤色部分がされた仕事として残る。よって，した仕事は負となる。　**(ハ)**

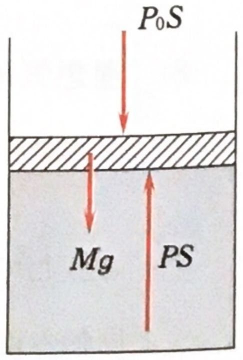
1 サイクルで仕事をしたかされたかは，最大の面積となる過程(ここでは E→A→B)に着目すればよい。

57 (1) ピストンの力のつり合いより

$PS = P_0S + Mg$　…①　　∴　$P = \boldsymbol{P_0 + \frac{Mg}{S}}$

状態方程式は

$P\cdot Sh = nRT$　…②　　∴　$T = \boldsymbol{\frac{(P_0S + Mg)h}{nR}}$



(2) A→B 間は定圧変化となる(なぜなら①が常に成りたち P は一定だから)。B の状態方程式は　$P\cdot Sh' = nRT'$　…③

$\frac{③}{②}$ より　$\frac{h'}{h}=\frac{T'}{T}$　　∴ $h'=\frac{T'}{T}h$　　ピストンが自由なら定圧変化

(3)　定圧変化で気体がする仕事は $P\Delta V$ と表され，②，③を用いると

$$W=P(Sh'-Sh)=PSh'-PSh=nRT'-nRT=nR(T'-T)$$

別解　$PV=nRT$ で，P が一定なので V は T に比例する。よって

$P\Delta V=nR\Delta T$　これを用いると早い。

熱力学第1法則より　$\Delta U=Q+(-W)=Q-W$　…④

ここでは $\Delta U=Q+W$ に従った。$Q=\Delta U+W$ の場合は，そのまま変形すればよい。

(4)　定圧変化だから $Q=nC_P\Delta T$ であり，一方，任意の変化に対して $\Delta U=nC_V\Delta T$ が用いられるので，④は

$$nC_V(T'-T)=nC_P(T'-T)-nR(T'-T)$$

両辺を $n(T'-T)$ で割り，整理すると　$C_P=C_V+R$　　これも重要公式だ

なお，ここでは気体は単原子分子とは限定されていないことに注意(問題56も同様)。$U=\frac{3}{2}nRT$ などは用いられない。

58　(1)　状態方程式は　A：$p_1V_1=nRT_1$　…①

B：$2p_1\cdot V_1=nRT_B$　…②　　C：$p_1\cdot 2V_1=nRT_C$　…③

$\frac{②}{①}$ より　$T_B=2T_1$　　$\frac{③}{①}$ より　$T_C=2T_1$

別解　PV の積は T に比例するから(∵ $PV=nRT$ より)

$$T_1:T_B:T_C=p_1V_1:2p_1\cdot V_1:p_1\cdot 2V_1=1:2:2$$

(2)　A→Bは定積だから $Q=nC_V\Delta T$ と $C_V=\frac{3}{2}R$ (単原子) より

$$Q_{AB}=n\cdot\frac{3}{2}R(T_B-T_1)=\frac{3}{2}(nRT_B-nRT_1)$$

$$=\frac{3}{2}(2p_1\cdot V_1-p_1V_1)=\frac{3}{2}p_1V_1$$

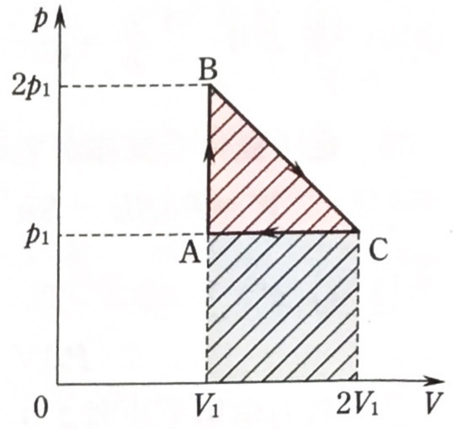
nRT は PV に置き換え可能

C→Aは定圧だから $Q=nC_P\Delta T$ と $C_P=\frac{5}{2}R$ (単原子) より

$$Q_{CA}=n\cdot\frac{5}{2}R(T_1-T_C)=\frac{5}{2}(p_1V_1-p_1\cdot 2V_1)=-\frac{5}{2}p_1V_1$$

符号マイナスは，実際には熱を放出していることを表している。

(3) B→C は膨張で，気体は仕事をしている。そして，P-V グラフだから右の斜線部(台形)の面積に等しく



$$W_{BC}=\frac{p_1+2p_1}{2}(2V_1-V_1)=\frac{3}{2}\boldsymbol{p_1V_1}$$

(1)より B と C の温度は等しいので

$$\Delta U_{BC}=0$$

第 1 法則より　　　$0=Q_{BC}+(-W_{BC})$

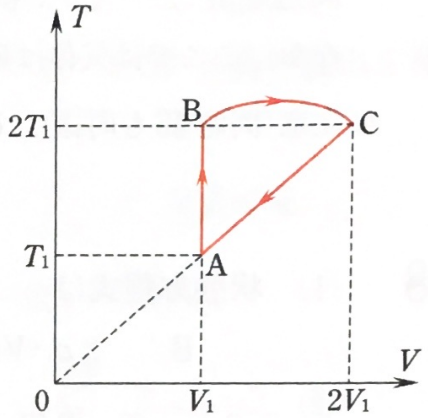
$$\therefore\quad Q_{BC}=W_{BC}=\frac{3}{2}\boldsymbol{p_1V_1}$$

(4) C→A では仕事をされる(灰色部)ので，1 サイクルでした実質の仕事は△ABC の面積(赤色部)に等しい。

よって　　$\frac{1}{2}\boldsymbol{p_1V_1}$

(5) C→A は定圧なので $PV=nRT$ より T は V に比例し，原点を通る直線となることに注意する。

B→C 間での温度変化が難しいが，56 の図 b(p 46)の等温線の状況を考えてみると，まず上昇し，次に下降して元の温度に戻ることが分かる。



59 (1) 単原子分子気体の内部エネルギーは $U=\frac{3}{2}nRT$ であるが，$PV=nRT$ より $U=\frac{3}{2}PV$ とも表せる。

「単原子分子」なら $C_V=\frac{3}{2}R$，$C_P=\frac{5}{2}R$ を含め，3 つ公式が使える

$$\Delta U_{AB}=\frac{3}{2}\cdot 3P\cdot V-\frac{3}{2}PV=\boldsymbol{3PV}$$

(2) 等温変化だから内部エネルギーは一定で

$$\Delta U_{BC}=\boldsymbol{0}$$

(3) 膨張だから確かに仕事をしている。した仕事を W_{BC} とすると，第 1 法則より

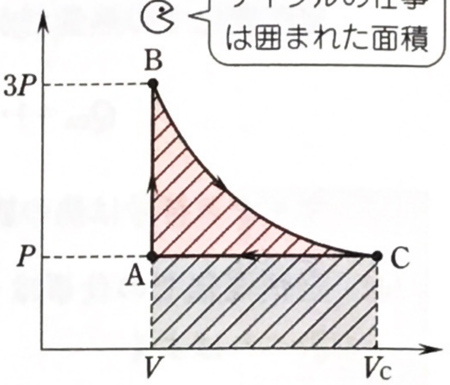
$$0=Q+(-W_{BC})\qquad\therefore\quad W_{BC}=\boldsymbol{Q}$$

(4)　BC 間では PV＝一定（ボイルの法則）より

$$3P \cdot V = P \cdot V_C \qquad \therefore \quad V_C = 3V$$

C→A でされた仕事 W_{CA} は灰色部の面積に等しく

$$W_{CA} = P(3V - V) = \mathbf{2PV}$$



サイクルの仕事は囲まれた面積

別解　C→A は定圧だから，された仕事は

$$-P\Delta V = -P(V - 3V) = 2PV$$

(5)　W_{BC} が斜線部の面積となることから，正味の仕事 $W_{正味}$ は赤色部になる。よって　$W_{正味} = W_{BC} - W_{CA} = \mathbf{Q - 2PV}$

(6)　熱を吸収した過程は A→B と B→C であり，A→B は定積だから

$$Q_{AB} = nC_V\Delta T = n \cdot \frac{3}{2}R(T_B - T_A) = \frac{3}{2}(nRT_B - nRT_A)$$

$$= \frac{3}{2}(3PV - PV) = 3PV$$

(熱)効率 e は(正味の仕事)÷(真に吸収した熱量) だから

$$e = \frac{W_{正味}}{Q_{AB} + Q_{BC}} = \frac{Q - 2PV}{3PV + Q} = \mathbf{\frac{Q - 2PV}{Q + 3PV}}$$

$e<1$ となるはず

60　(1)　定積変化だから $Q = nC_V\Delta T$ と $C_V = \frac{3}{2}R$（単原子）より

$$Q_{AB} = 1 \cdot \frac{3}{2}R(T_1 - T_0) = \mathbf{\frac{3}{2}R(T_1 - T_0)}$$

(2)　B→C 間は原点を通る直線上にあり，体積 V が温度 T に比例している。それには $PV = nRT$ で P が一定となればよい（nR は一定）。つまり，定圧変化だと分かる。すると B の圧力 P_1 を調べればよく，B の状態方程式より

$$P_1V_0 = RT_1 \qquad \therefore \quad P_1 = \mathbf{\frac{RT_1}{V_0}}$$

グラフの意味は $PV = nRT$ で判読

ついでながら，C の体積 V_1 は，C の状態方程式 $P_1V_1 = RT_2$ より $V_1 = (T_2/T_1)V_0$ となる。これは D の体積でもある。

(3)　D→A は B→C と同じく定圧変化であり，その圧力を P_0 とすると，A と D の状態方程式は

A：　$P_0V_0 = RT_0$　…①　　　D：　$P_0V_1 = RT_D$　…②

$\frac{②}{①}$ より　$T_D = \frac{V_1}{V_0}T_0 = \frac{T_2}{T_1}T_0$

定圧変化での熱量だから $Q=nC_P\Delta T$ と $C_P=\frac{5}{2}R$（単原子）より

$$Q_{DA}=1\cdot\frac{5}{2}R(T_0-T_D)\quad=-\frac{5}{2}R\left(\frac{T_2}{T_1}-1\right)T_0$$

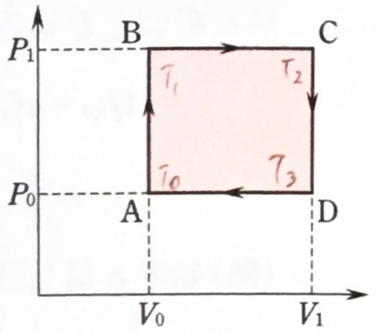
マイナス符号は熱の放出を表すので，答えは　$\frac{5RT_0}{2T_1}(T_2-T_1)$

(4)　定積変化での仕事は 0 だから，定圧変化（B→C と D→A）での仕事を $P\Delta V$ で調べればよく

$$W_{正味}=P_1(V_1-V_0)+P_0(V_0-V_1)=(P_1-P_0)(V_1-V_0)$$
$$=\left(\frac{RT_1}{V_0}-\frac{RT_0}{V_0}\right)\left(\frac{T_2}{T_1}V_0-V_0\right)=\frac{R}{T_1}(T_1-T_0)(T_2-T_1)$$

別解　P-V グラフは右のようになり，1 サイクルでの仕事は赤色部（長方形）の面積で表されるので

$$W_{正味}=(P_1-P_0)(V_1-V_0)\quad（以下，略）$$



(5)　B→C での吸収熱量は（C→D は熱を放出）

$$Q_{BC}=nC_P\Delta T=1\cdot\frac{5}{2}R(T_2-T_1)$$

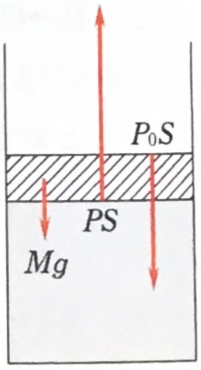
$$\therefore\quad e=\frac{W_{正味}}{Q_{AB}+Q_{BC}}=\frac{R(T_1-T_0)(T_2-T_1)/T_1}{\frac{3}{2}R(T_1-T_0)+\frac{5}{2}R(T_2-T_1)}$$

$$=\frac{2(T_1-T_0)(T_2-T_1)}{T_1(5T_2-3T_0-2T_1)}$$

P-V グラフなら事態は明らか

61　(1)　気体の圧力を P とすると，ピストンのつり合いより

$$PS=P_0S+Mg\qquad\therefore\quad P=P_0+\frac{Mg}{S}$$



温度を T_1 とすると，状態方程式より

$$\left(P_0+\frac{Mg}{S}\right)Sl=nRT_1\quad\cdots①$$

$$\therefore\quad T_1=\frac{(P_0S+Mg)l}{nR}\text{〔K〕}$$

(2)　ピストンが自由なので定圧変化となる。後の温度を T_2 とすると

$$\left(P_0+\frac{Mg}{S}\right)S\left(l+\frac{1}{2}l\right)=nRT_2\quad\cdots②$$

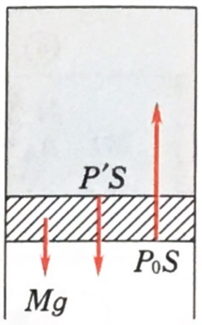
$\frac{②}{①}$ より　$\frac{3}{2}=\frac{T_2}{T_1}$　$\therefore$　$\frac{3}{2}$ 倍

定圧では $V\propto T$
そして V は $\frac{3}{2}$ 倍
だから T も $\frac{3}{2}$ 倍

$$Q = nC_P\Delta T = n\cdot\frac{5}{2}R\,(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}nR\left(\frac{3}{2}T_1 - T_1\right)$$

$$= \frac{5}{4}nRT_1 = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{4}}(\boldsymbol{P_0S + Mg})\boldsymbol{l}\text{〔J〕}$$

(3)　圧力を P' とすると，ピストンのつり合いより



$$P'S + Mg = P_0S \qquad \therefore\quad P' = P_0 - \frac{Mg}{S}$$

状態方程式は　$\left(P_0 - \frac{Mg}{S}\right)S\cdot\frac{4}{3}l = nRT_1$　…③

①，③より　$P_0 + \frac{Mg}{S} = \left(P_0 - \frac{Mg}{S}\right)\cdot\frac{4}{3}$

$$\therefore\quad M = \frac{\boldsymbol{P_0S}}{\boldsymbol{7g}}\text{〔kg〕}$$

(4)　やはり圧力 P' での定圧変化となる。$Q = nC_P\Delta T$ より加える熱量 Q が半分になれば ΔT も半分になる。(2)では $\frac{1}{2}T_1$ だけ上昇したが，こんどは $\frac{1}{4}T_1$ の上昇となる。そこで，求める距離を x とすると，状態方程式は

$$\left(P_0 - \frac{Mg}{S}\right)Sx = nR\left(T_1 + \frac{1}{4}T_1\right) \quad \cdots④$$

$\frac{④}{③}$ より　$\frac{3x}{4l} = \frac{5}{4}$　　$\therefore\quad x = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}}\boldsymbol{l}$〔m〕

62　(1)(ア)　A，Bの状態方程式は

A：　$pV = RT$　…①　　　B：　$3p\cdot V = 2RT_B$　…②

①，②より（②÷①などとして）　$T_B = \frac{3}{2}T$

(イ)　$U = \frac{3}{2}nRT$（単原子）より　$\frac{3}{2}\cdot 1\cdot RT + \frac{3}{2}\cdot 2\cdot R\cdot\frac{3}{2}T = 6RT$

(ウ)　**断熱容器を用いて気体を混合すると，内部エネルギーの和が不変**となる。求める温度を T' とすると，全体は3モルの気体となっているので

$\frac{3}{2}\cdot 3\cdot RT' = 6RT$（右辺は前問の値）　$\therefore\quad T' = \frac{4}{3}T$

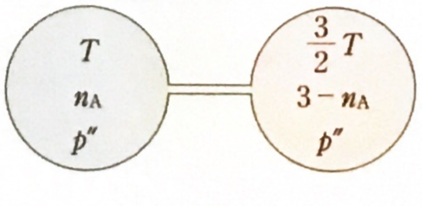
(エ)　全体に対する状態方程式は，圧力を p' として

$p'\cdot 2V = (1+2)R\cdot\frac{4}{3}T$　…③

圧力と温度が
同じなら1つの気体

これと①より　　$p' = 2p$

(オ)　A内の物質量（モル数）を n_A とすると，全体の物質量の和は不変だから，B内の物質量は $3 - n_A$ となる。また，コックが開いている



と，両側の圧力は等しいから，p'' とおくと

A：　$p''V = n_A RT$　…④

B：　$p''V = (3 - n_A)R \cdot \frac{3}{2}T$　…⑤

④，⑤の右辺が等しいことより　　$n_A = \mathbf{\frac{9}{5}}$

(カ)　$n_A = \frac{9}{5}$ と④より　　$p'' = \frac{9RT}{5V} = \mathbf{\frac{9}{5}}p$　（①を用いた）

63　(1)　$pV = n_A RT$　　$\therefore$　$n_A = \mathbf{\frac{pV}{RT}}$　　$U = \frac{3}{2}n_A RT = \mathbf{\frac{3}{2}pV}$

(2)　圧縮後の圧力を p' とすると　　$pV^{\frac{5}{3}} = p'\left(\frac{V}{8}\right)^{\frac{5}{3}}$

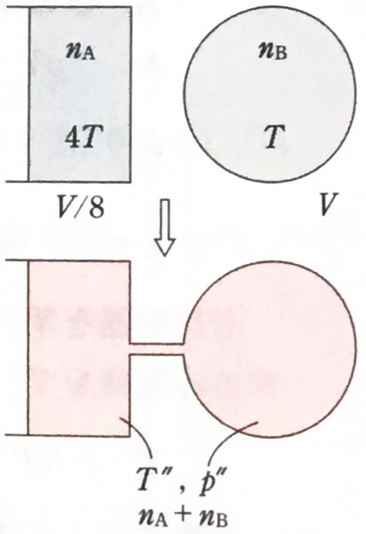
$8 = 2^3$ だから　　$p' = 2^5 p = \mathbf{32\,p}$

状態方程式より　　$32\,p \cdot \frac{V}{8} = n_A RT'$　　n_A を代入すると　　$T' = \mathbf{4\,T}$

断熱圧縮だから温度は上昇している。

参考　断熱変化では，**PV^{γ} = 一定** が成りたつ。$\gamma = C_P/C_V$ であり，単原子気体では $C_P = \frac{5}{2}R$，$C_V = \frac{3}{2}R$ より　$\gamma = \frac{5}{3}$

(3)　Bの状態方程式は　$2\,p \cdot V = n_B RT$　　そして，断熱容器での混合であり，内部エネルギーの和が不変だから，求める温度を T'' とすると



$$\frac{3}{2}n_A R \cdot 4\,T + \frac{3}{2}n_B RT = \frac{3}{2}(n_A + n_B)RT''$$

両辺から 3/2 を削り，n_A と n_B の値を代入すると

$$4\,pV + 2\,p \cdot V = \left(\frac{pV}{RT} + \frac{2\,pV}{RT}\right)RT''$$

$$\therefore \quad T'' = \mathbf{2\,T}$$

後の状態方程式は

$$p''\left(\frac{V}{8} + V\right) = (n_A + n_B)R \cdot 2\,T$$

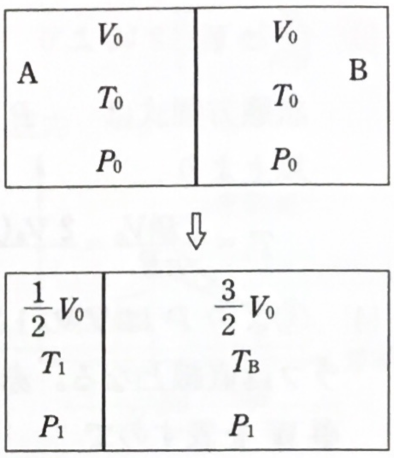
$n_A + n_B = \frac{3\,pV}{RT}$　を用いると　　$p'' = \mathbf{\frac{16}{3}p}$

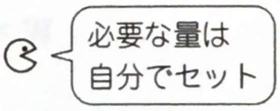
64　(1)　断熱変化なので　$Q=0$

第１法則は　　$\Delta U=0+W$

$$\therefore\quad W=\Delta U=\frac{3}{2}\cdot 1\cdot RT_1-\frac{3}{2}\cdot 1\cdot RT_0$$

$$=\boldsymbol{\frac{3}{2}R(T_1-T_0)}\text{〔J〕}$$





(2)　Aの状態方程式は

はじめ：　$P_0V_0=RT_0$　…①

あと：　$P_1\cdot\dfrac{V_0}{2}=RT_1$　…②

$\dfrac{②}{①}$ より　　$\boldsymbol{\dfrac{P_1}{P_0}=\dfrac{2T_1}{T_0}}$ 倍

$$\therefore\quad P_1=\frac{2T_1}{T_0}P_0\quad\cdots③$$

(3)　ピストンのつり合いよりBの圧力はAの圧力と(たえず)等しい。

Bのあとの状態方程式は　$P_1\cdot\dfrac{3}{2}V_0=RT_B$　…④

③を代入し，$\dfrac{④}{①}$ とすると　$\dfrac{3T_1}{T_0}=\dfrac{T_B}{T_0}$　　$\therefore$　$\boldsymbol{T_B=3T_1}$〔K〕

(4)　$\Delta U_B=\dfrac{3}{2}RT_B-\dfrac{3}{2}RT_0=\boldsymbol{\dfrac{3}{2}R(3T_1-T_0)}$〔J〕

(5)　たえずA，Bの圧力は等しいので，気体がピストンに加える力も等しく，Aがされた仕事 W はBがした仕事に等しい。Bについての第１法則は

$$\Delta U_B=Q_B+(-W)$$

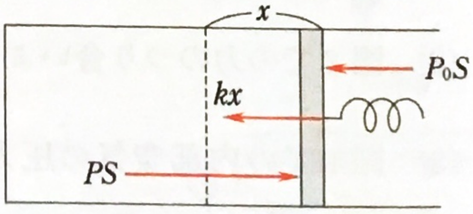
$$\therefore\quad Q_B=\Delta U_B+W=\boldsymbol{3R(2T_1-T_0)}\text{〔J〕}$$

65　(1)　ばねの力は０なので，ピストンのつり合いから気体の圧力は大気圧 P_0 に等しい。求める温度を T_0 とすると，状態方程式より

$$P_0V_0=nRT_0\qquad\therefore\quad T_0=\boldsymbol{\frac{P_0V_0}{nR}}\text{〔K〕}$$

(2)　ピストンのつり合いより

$$PS=P_0S+kx\qquad\therefore\quad P=\boldsymbol{P_0+\frac{kx}{S}}$$



$V=V_0+Sx$　より

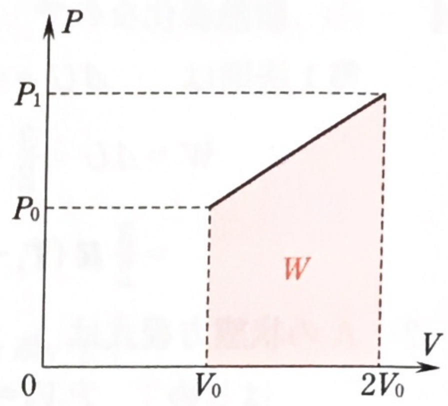
$$P=\boldsymbol{P_0+\frac{k}{S^2}(V-V_0)}\quad\cdots①$$

(3) ①と $V=2V_0$ より　　$P_1=P_0+\dfrac{k}{S^2}V_0$

状態方程式は　　$P_1\cdot 2V_0=nRT_1$

以上より

$$T_1=\frac{2P_1V_0}{nR}=\frac{\mathbf{2V_0(P_0S^2+kV_0)}}{\mathbf{nRS^2}}\text{〔K〕}$$



(4) ①より P は V の1次式なので，P-V グラフは直線となる。赤色部(台形)の面積が仕事 W を表すので

$$W=\frac{P_0+P_1}{2}(2V_0-V_0)=\left(\mathbf{P_0+\frac{kV_0}{2S^2}}\right)\mathbf{V_0}\text{〔J〕}$$

PV グラフの本領を発揮

別解　気体のする仕事は弾性エネルギーを生み出し，かつ大気圧に対する仕事があるので

$$W=\frac{1}{2}kx^2+P_0S\cdot x$$

ここで x は　$2V_0=V_0+Sx$　から決めればよい。

(5) $\Delta U=\dfrac{3}{2}nRT_1-\dfrac{3}{2}nRT_0=\dfrac{3V_0}{S^2}(P_0S^2+kV_0)-\dfrac{3}{2}P_0V_0=\dfrac{3}{2}P_0V_0+\dfrac{3kV_0^2}{S^2}$

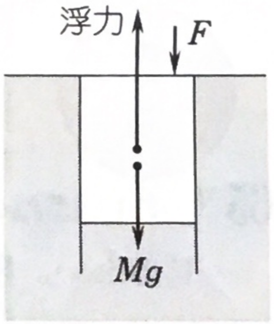
第1法則より　$\Delta U=Q+(-W)$

$$\therefore\quad Q=\Delta U+W=\left(\mathbf{\frac{5}{2}P_0+\frac{7kV_0}{2S^2}}\right)\mathbf{V_0}\text{〔J〕}$$

66 (1) 浮力 ρVg による力のつり合いより

$$F+Mg=\rho(Sd)g$$

$$\therefore\quad \mathbf{F=(\rho Sd-M)g}$$



浮力は圧力差で生じる。ここでは大気圧による下向きの力 P_0S と内部空気が水から受ける上向きの力の差が浮力となっている。円筒と内部空気の全体に着目することにより，浮力の考え方で対処できる。

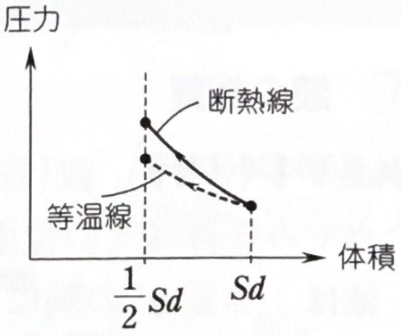
(2) 図2での力のつり合いより　$\rho\left(S\cdot\dfrac{1}{2}d\right)g=Mg$　…①　　$\therefore\quad \mathbf{M=\dfrac{1}{2}\rho Sd}$

(3) 図1での内部空気の圧力は $P_0+\rho gd$ で，図2では $P_0+\rho g\left(h+\dfrac{1}{2}d\right)$ (内部空気の圧力は内部の水面での圧力に等しく，それは円筒外部での同じ深さの点での圧力 $P_0+\rho gh$ に等しい。)

等温変化だからボイルの法則「PV＝一定」より

$$(P_0+\rho g d)Sd=\left\{P_0+\rho g\left(h+\frac{1}{2}d\right)\right\}S\cdot\frac{1}{2}d \qquad \therefore \quad h=\frac{3}{2}d+\frac{P_0}{\rho g}$$

(4) 浮力と重力のつり合いより(①より)，気体の高さは $d/2$ となる必要がある。圧力－体積グラフにおいて，断熱線の方が等温線より傾きが大きいので，高さが $d/2$ となったときの圧力が大きい。断熱圧縮で温度が高くなるので，状態方程式から，同じ体積でも圧力が大きいと判断してもよい。それはより深い水深に対応する。よって，h はより**大きい**。



67 (1) 気体の質量を m とすると，$PV=nRT$ において，$n=m/m_0$ であり，$\rho=m/V$ なので

$$PV=\frac{m}{m_0}RT \qquad \therefore \quad P=\frac{\rho}{m_0}RT \qquad \therefore \quad a=\frac{R}{m_0}$$

(2)(ア) 熱気球の内部の空気は開口部で外気とつながっているので内部の圧力は外気の圧力と等しいことが大切。問題文に書かれないこともあるので注意してほしい。

内部空気： $P_0=a\rho T$ …①　外気： $P_0=a\rho_0 T_0$ …②

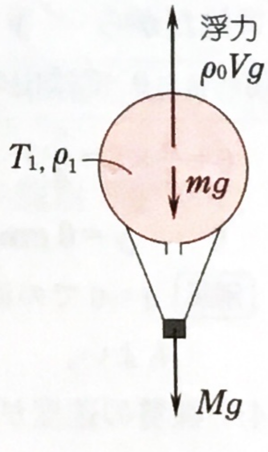
両式より　$\rho T=\rho_0 T_0$ 　$\therefore \quad \rho=\frac{T_0}{T}\rho_0$ 〔kg/m³〕

加熱の際は，P_0 が一定なので「$\rho T=$一定」が成立し，温度を上げると密度が下がり，内部空気が軽くなる。

(イ) 内部空気の質量 m は $m=\rho_1 V=\frac{T_0}{T_1}\rho_0 V$

力のつり合いより

$$\rho_0 Vg=Mg+mg$$
$$=Mg+\frac{T_0}{T_1}\rho_0 Vg$$
$$\therefore \quad T_1=\frac{\rho_0 V}{\rho_0 V-M}T_0 \text{〔K〕}$$



内部空気の重さ mg がポイント

(ウ) 内部空気： $\beta P_0=a\rho'\cdot\alpha T_0$ …③

③÷②より　$\beta=\frac{\rho'}{\rho_0}\alpha$ 　$\therefore \quad \rho'=\frac{\beta}{\alpha}\rho_0$ 〔kg/m³〕

浮力 $\rho'_0 Vg$ による力のつり合いより

$$\rho'_0 Vg=Mg+(\rho' V)g \qquad \therefore \quad \rho'_0=\frac{M}{V}+\frac{\beta}{\alpha}\rho_0 \text{〔kg/m³〕}$$

波　　　動

1 波の性質

KEY POINT 波(波形)は一定の速さ v で平行移動していくが，ある点での媒質はその位置で振動しているだけという認識が基礎となる。
波は1周期 T の間に1波長 λ 進むので　$v=\lambda/T=f\lambda$
逆向きに進む2つの波(同波形)が重なり合うと定常波ができる。腹(はら)は山と山(谷と谷)が出会う所で，もとの波の振幅の2倍の振幅で大きく振動する。一方，節(ふし)は山と谷が出会う所で，媒質はまったく振動しない。腹と腹，あるいは節と節の間隔は $\lambda/2$ である。

68 (1) 図より，振幅は **1 cm**，波長は $\lambda=$ **80 cm**　実線から点線まで 10 s 間で波が伝わった距離は 20 cm の他に 100 cm，180 cm…といくつもの可能性がある。

波形グラフからは λ が分かる

それぞれの場合の速さ v は 2 cm/s，10 cm/s，18 cm/s…となり，与えられた制限から $v=$ **10 cm/s** と決まる($x=20$ にあった山は $x=120$ まで伝わっている)。　$v=f\lambda$ より　$f=v/\lambda=10\div80=$ **0.125 Hz**　　周期は　$T=1/f=$ **8 s**

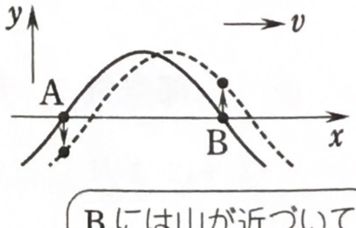
(2) **波は1波長 λ ごとに同じ状態**となっている。そこで 220 cm と同じ状態の場所を図の中で捜せばよく，$220=2\times80+60=2\lambda+60$ より $x=60$ が同じ変位だから　　$y=$ **−1 cm**

(3) $t=0$ では山の状態(振動の端)にある。6 s 後とは，

$6=\frac{3}{4}\times8=\frac{3}{4}T$　　端と中心の間の時間は $\frac{1}{4}$ 周期だから，右図より　　$y=$ **0 cm**

別解　$t=0$ での波形を $vt=10\times6=60$ cm 右へ平行移動させて調べてもよい。

(4) **媒質の速度が0となるのは，振動の端の位置**で，山か谷であり，$x=$ **20，60，100，140 cm**　　一方，**媒質の速さが最大となるのは振動中心**で，$y=0$ の位置。そのうち $+y$ 方向へ動いているのは右図のBのような位置だから　　$x=$ **40，120 cm**



Bには山が近づいているから，$+y$ 方向と判断すると早い

(5) まず(2)と同様に考える。$500=6\times80+20=6\lambda+20$
よって $x=20$ と同じこと。$t=0$ では山となっている。**波は1周期 T ごとに**

同じ状態となるから，20 s 後とは $20=2\times8+4=2T+\frac{1}{2}T$　つまり $x=20$ での $\frac{1}{2}$ 周期後を調べればよく，山は谷に変わるので　$y=-1$ **cm**

69　媒質の振動グラフからは周期 T が分かる。

与えられた図は波(形)ではない！

(1)　図より　$T=8\times10^{-2}$**s**　　$f=1/T=$ **12.5 Hz**

$v=f\lambda$　より　$\lambda=v/f=vT=100\times8\times10^{-2}=$ **8 cm**

(2)　$x=0$ での変位 y が $t=0$ で $y=0$ であり，少し時間がたつと $y>0$ となっていることから原点の左側には $y>0$ の波(点線)がいるはず。よって右図 a。

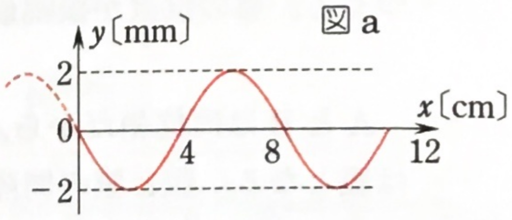


図 a

(3)　前問のグラフより $x=4$ では $y=0$ から $y<0$ と変わっていくことが読み取れるので右図 b の点線。

$x=4$ は $x=0$ と半波長 $\lambda/2$ 離れているので逆位相で振動していることに注意するとよい。

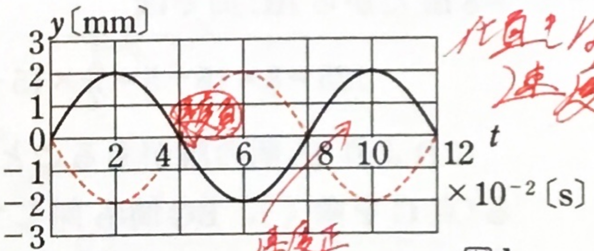
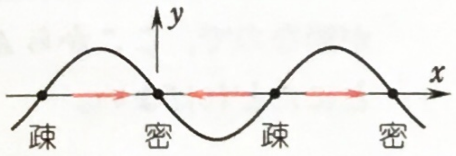


図 b

(4)　媒質の速さが最大となるのは振動中心($y=0$)で，その後 $y<0$ となる時は

4×10⁻²s と **12×10⁻²s**

(5)　縦波では，$y>0$ は $+x$ 方向への変位を，$y<0$ は $-x$ 方向への変位を表し，波形グラフでは，赤矢印のように変位しているので，疎密が分かる。図 a で密の位置は **0 cm** と **8 cm**　疎密は波形グラフで判断すること。



縦波では疎密の見分けが大切

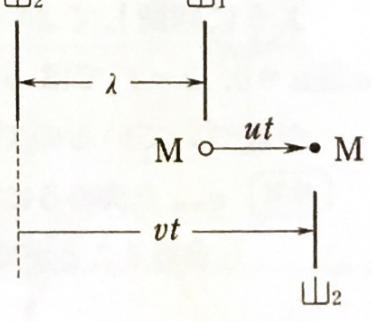
(6)　図 a より $x=4$ では $t=0$ のときは疎。疎から密へは半周期で変わり，以後 1 周期ごとに密になるから　**4×10⁻²s** と **12×10⁻²s**

70　(1)　山と山の時間間隔は周期で，$T=4.0$ s だから

$$v=f\lambda=\frac{\lambda}{T}=\frac{16}{4.0}=\mathbf{4.0\ m/s}$$

(2)　M の速さを u とし，求める時間を t とする。M が山₁ を観測してから次の山₂ に出合うまでの右図から，　$vt=\lambda+ut$

$$\therefore\quad t=\frac{\lambda}{v-u}=\frac{16}{4.0-2.0}=\mathbf{8.0\ s}$$



M に対する波の相対速度 $v-u$ で λ を割ると早い。

別解　ドップラー効果を習った人は，M が観測する振動数 f' を調べてもよい。t は観測した周期で，$t=1/f'$ である。A の振動数を $f\,(=1/T)$ とすると，公式より

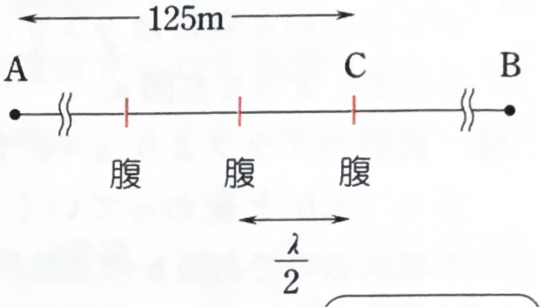
$$f'=\frac{v-u}{v}f \qquad \therefore\ \frac{1}{t}=\frac{v-u}{v}\cdot\frac{1}{T}$$

$$\therefore\ t=\frac{v}{v-u}T=\frac{4.0}{4.0-2.0}\times 4.0=8.0\,\text{s}$$

(3)　A から右へ向かう波と B から左へ向かう波(逆行する 2 つの波)が定常波をつくる。腹の位置が振幅最大で，2 つの波の山と山が重なるから

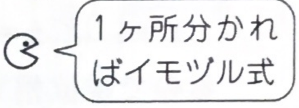
$$3.0+3.0=\mathbf{6.0\,m}$$

A と B は同位相だから，AB の中点 C は腹となる。腹と腹の間隔は半波長 $\lambda/2=8$ m だから AC 間では

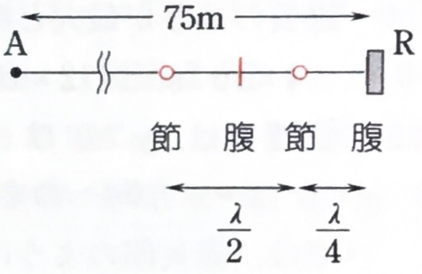


$$125=8\times 15+5=\frac{\lambda}{2}\times 15+5$$

これより 15 個の腹があることが分かる(点 C を除く)。BC 間も同じで 15 個。それらに点 C が加わるから，**31 箇所**



(4)　入射波と反射波が重なり，定常波ができる。自由端 R は腹となる。振幅が 0 となるのは節の位置であり，R の左側 $\lambda/4=4$ m の位置が節なので，ここから A まで 71 m を $\lambda/2$ ごとにたどればよい。



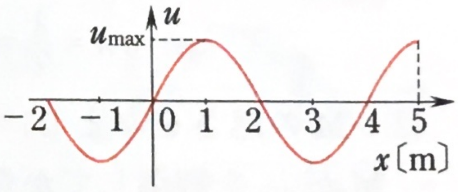
$$71=8\times 8+7=\frac{\lambda}{2}\times 8+7$$

余り 7 より **7.0 m**　　なお，節の数は 8 個ではなく，9 個なので要注意。

71　(1)　図より　$\lambda=4$ m　$v=f\lambda=\lambda/T$　より　$T=\lambda/v=4/2=\mathbf{2\,s}$

(2)　問題 69 (5)と同じように判断して　$x=\mathbf{-1\,m}$ と $\mathbf{3\,m}$

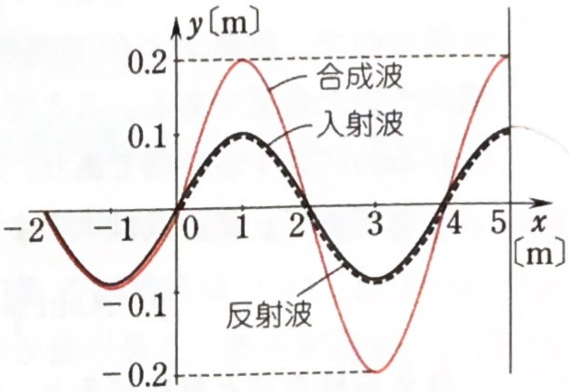
(3)　縦波を横波表示するとき，x 軸方向での振動を y 軸方向の振動に置き換えて表示しているので，速度についても横波と同じように判断してよい。(たとえば，山と谷では $u=0$，$x=1$ では $y=0$ で速さ最大，しかも山が近づいているので正の速度)



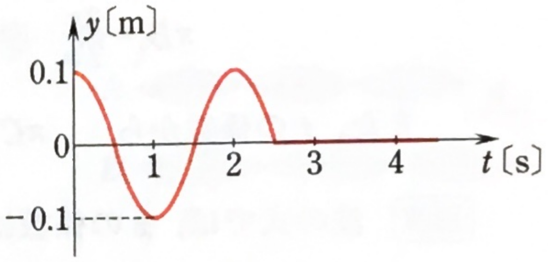
参考　u_{max} を決めるには単振動の知識が必要で，$u_{max}=A\omega=A\cdot 2\pi/T$（$A$ は振幅）から求めることができ，0.314 m/s となる。

(4)(ア)　波の先端がPから5m戻ればよいので　　5m÷2m/s＝**2.5s**

(イ)　$t=2.5$ s での入射波は5m平行移動して右の実線のようになり，反射波は点線のようになる。$x<0$ には反射波が達していないことから，**波の重ね合わせの原理**より合成波は赤線のようになる。$0\leqq x\leqq 5$ では定常波ができ，$x=0$ は節となっている。

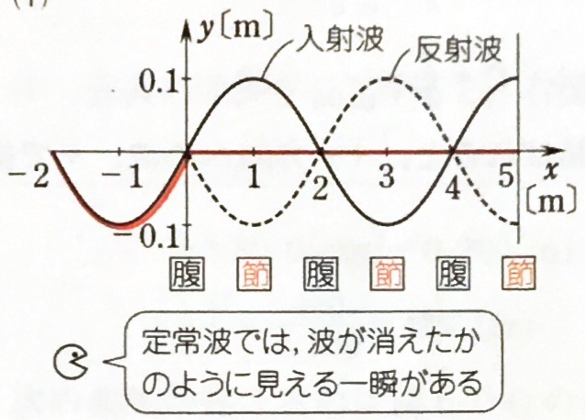


(ウ)　$0\leqq t\leqq 2.5$ s では入射波だけによる振動であり，それ以後は定常波の節となるから変位は常に0となる。

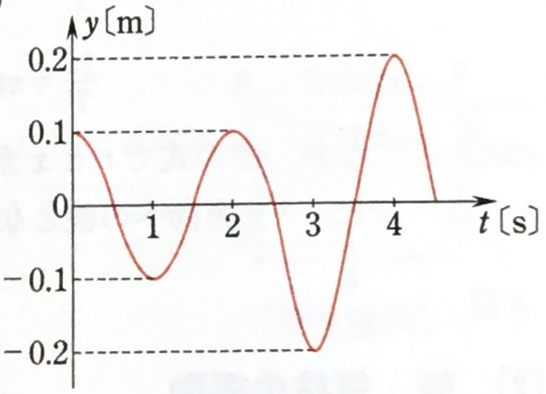


(5)　**固定端は節**であること，節と節の間隔は $\lambda/2=2$ m であることから $x=0$ は腹になり，大きく振動することに注意する。

(イ)



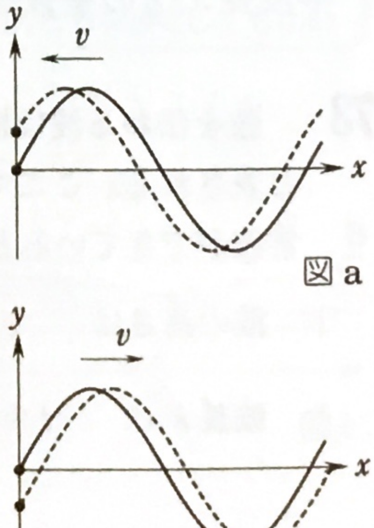
(ウ)



72　(1)　波形を表している図1から振幅は $\mathbf{5\times10^{-3}}$ **m**，波長は $\lambda=\mathbf{2\times10^{-2}}$ **m** と読み取れる。次に，周期 T は媒質の振動を表す図2より，$T=\mathbf{4\times10^{-2}}$ **s** と読み取れる。振動数 f と周期 T は逆数の関係にあり，$f=1/T=1\div0.04=$ **25 Hz**

$v=f\lambda=25\times0.02=$ **0.5 m/s**

(2)　図1と図2を見比べながら判断する。もし，波が x 軸の正の方向へ進行しているのなら，少し時間がたったときの波形は，右図bの点線のようになり，$x=0$ の点での変位は $y<0$ となってしまい，図2に合わなくなる。**負の方向**へ進行している図aのケースなら図2に合う。図2から，$x=0$ には初め山が来たはずと考えてもよい。



図a

図b

(3)　A は振幅を表す部分だから　　$A=\mathbf{5\times10^{-3}}$〔m〕

図2より，$x=0$ での振動（単振動）の様子は $y_0=A\sin\dfrac{2\pi}{T}t$ と表せる。波は左へ進むので，位置 $x\,(<0)$ で時刻 t に現れる変位は，時刻 $t-\varDelta t$ に原点 $x=0$ に現れていた変位である。ここで $\varDelta t$ は原点から位置 $x\,(<0)$ まで距離 $-x$ を波が伝わるのに要する時間であり，$\varDelta t=(-x)/v$

したがって，波の式は次のようになる。

$$y=A\sin\frac{2\pi}{T}(t-\varDelta t)=A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t+\frac{x}{v}\right)$$

与えられた式と見比べると，x の係数から

$$\pi B=\frac{2\pi}{Tv}\qquad\therefore\ B=\frac{2}{Tv}=\frac{2}{0.04\times0.5}=\mathbf{100}$$

また，t の係数から　$\pi C=\dfrac{2\pi}{T}\qquad\therefore\ C=\dfrac{2}{T}=\dfrac{2}{0.04}=\mathbf{50}$

別解　波の式では，x の係数は $\dfrac{2\pi}{\lambda}$ となり，t の係数は $\dfrac{2\pi}{T}$ となる。この知識を用いると

$$\frac{2\pi}{\lambda}=\pi B\qquad\therefore\ B=\frac{2}{\lambda}=\frac{2}{0.02}=100$$

$$\frac{2\pi}{T}=\pi C\qquad\therefore\ C=\frac{2}{T}=\frac{2}{0.04}=50$$

なお，波の式で t と x が $-$ で結ばれると，$+x$ 方向への波，$+$ で結ばれると，$-x$ 方向への波となる。

2　弦・気柱の振動

KEY POINT　**弦の共振，気柱の共鳴ともに定常波（固有振動）を描いて考える。** 弦では，長さが半波長 $\lambda/2$ の整数倍になることに着目する。気柱の閉管では，管の長さが $\dfrac{1}{4}$ 波長 $\dfrac{\lambda}{4}$ の奇数倍になる。一方，開管では半波長 $\lambda/2$ の整数倍になる。

73　弦を伝わる波は横波で，速さ v は $\boldsymbol{v=\sqrt{S/\rho}}$（$S$ は弦の張力，ρ は線密度）と表される。ここではおもりのつり合いより $S=mg$ となっている。弦に定常波ができているときを**共振**といい，**弦の振動数は音さの振動数に等しい。**

(1)　波の速さは　$v=\sqrt{\dfrac{mg}{\rho}}$

波長 λ は　$l=\dfrac{\lambda}{2}\times3$　より　$\lambda=\dfrac{2}{3}l$

弦の長さは $\lambda/2$ の何倍かと数える

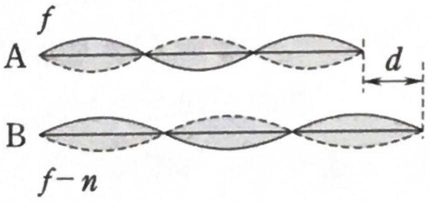
$$\therefore \quad f=\frac{v}{\lambda}=\frac{3}{2l}\sqrt{\frac{mg}{\rho}} \quad \cdots ①$$

(2) ①で，m を $m+M$ に，数字3を2に置き換えればよく

$f=\dfrac{2}{2l}\sqrt{\dfrac{(m+M)g}{\rho}}$ …② ①，②の右辺が等しいことより $\dfrac{M}{m}=\dfrac{5}{4}$

(3) うなりは振動数の異なる2つの音を聞くときに生じる。**1 s間のうなりの回数は2つの振動数の差に等しい**。よって，Bの振動数は $f+n$ と $f-n$ の2通りの可能性がある。いま，Bの場合の方が弦が長く，波長が長い。一方，v は一定だから振動数がAより小さい。したがって $\boldsymbol{f-n}$

(4) 求める量を d とすると，Bに対して①を応用して

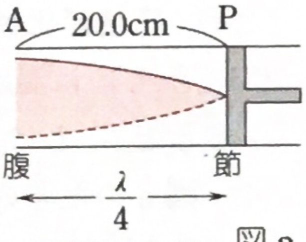


$$f-n=\frac{3}{2(l+d)}\sqrt{\frac{mg}{\rho}} \quad \cdots ③$$

①，③と $v=\sqrt{mg/\rho}$ を用いて

$$\frac{3}{2l}v-n=\frac{3}{2(l+d)}v \qquad \therefore \quad d=\boldsymbol{\frac{2nl^2}{3v-2nl}}$$

74 (1) 音波の波長を λ とすると，右図より



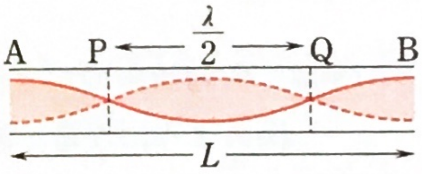
［横波表示］ 図a

$$\frac{\lambda}{4}=20.0$$

$$\therefore \quad \lambda=80.0〔\mathrm{cm}〕=0.800〔\mathrm{m}〕$$

$$f=\frac{V}{\lambda}=\frac{340}{0.800}=\mathbf{425}〔\mathrm{Hz}〕$$

(2) 次の共鳴が起こるのは図bのQの位置で，PQ$=\lambda/2$ より



図b

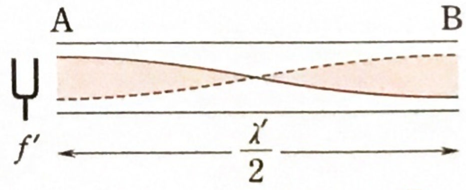
$$\mathrm{AQ}=20.0+\frac{80.0}{2}=\mathbf{60.0}〔\mathrm{cm}〕$$

(3) 開管の共鳴であり，Bが腹の位置になったことから，定常波の様子は図bの赤線のようになっている。そして，QBは $\lambda/4=20.0$〔cm〕と分かる。

実線から点線まで半周期
両方とも実線にしてもよい

$$L=\mathrm{AQ}+\mathrm{QB}=60.0+20.0=\mathbf{80.0}〔\mathrm{cm}〕$$

(4) 振動数が小さいので，波長が長くなり(音速は一定)，右図のようになると共鳴が起こる。波長を λ' とすると $L=\dfrac{\lambda'}{2}$



図c

$$\therefore \quad \lambda'=2L=2\times 80.0=160〔\mathrm{cm}〕=1.60〔\mathrm{m}〕$$

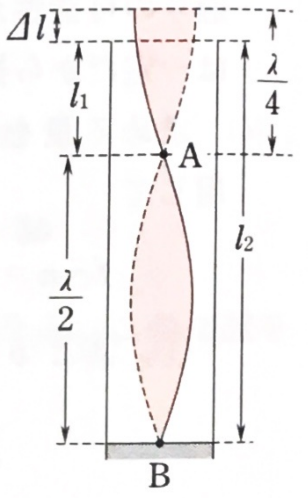
$$f' = \frac{V}{\lambda'} = \frac{340}{1.60} = 212.5 \fallingdotseq \mathbf{213}〔\mathrm{Hz}〕$$

別解　一定の長さの管に対しては，開管の固有振動数は基本振動数の自然数倍となる。図 b が 2 倍振動で，図 c が基本振動だから，$f = 2f'$ から求めてもよい。ついでながら，閉管の固有振動数は基本振動数の奇数倍となる。

75　(1)　図より　$AB = \frac{\lambda}{2} = l_2 - l_1 = 59.1 - 18.9$

$\therefore\ \lambda = \mathbf{80.4\ cm} = 0.804\ \mathrm{m}$

$V = f\lambda = 423 \times 0.804 \fallingdotseq \mathbf{3.40 \times 10^2}\ \mathrm{m/s}$



共鳴が起こるとき，定常波の腹の位置は実際には管口より少し外側にできる。その距離を開口端補正という。

図より　$\Delta l = \frac{\lambda}{4} - l_1 = \frac{80.4}{4} - 18.9 = \mathbf{1.2\ cm}$

(2)(ア)　腹の位置だから　$l_1 + \frac{\lambda}{4} = 18.9 + \frac{80.4}{4} = \mathbf{39.0\ cm}$

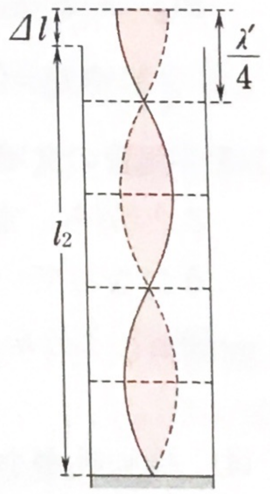
(イ)　**密度変化が最大となるのは節**の位置だから，$l_1 = \mathbf{18.9\ cm}$ と $l_2 = \mathbf{59.1\ cm}$

(3)　音速 V は温度が増すと増加する。f は一定だから，$V = f\lambda$ より波長が増す。すると l_1，l_2 は共に**増す**。

(4)　図 a のときの定常波は 3 倍振動に該当する。すると基本振動数は　$423 \div 3 = 141\ \mathrm{Hz}$　3 倍振動の次は 5 倍振動だから，求める値は　$141 \times 5 = \mathbf{705\ Hz}$

閉管は奇数倍の固有振動

別解　振動数を増すと波長が減る。よって次の共鳴は右図のようになる。波長を λ' とすると



$$l_2 + \Delta l = \frac{\lambda'}{4} \times 5 \qquad \therefore\ \lambda' = \frac{4}{5} \times (59.1 + 1.2)$$

$$= 48.24\ \mathrm{cm}$$

$$f' = \frac{V}{\lambda'} = \frac{3.40 \times 10^2}{0.4824} = 704.8\cdots = 705\ \mathrm{Hz}$$

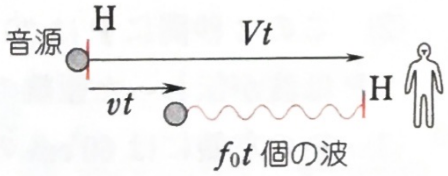
3　ドップラー効果

KEY POINT　波源や観測者が動くと，振動数が変わるのがドップラー効果。公式(問題編 p 52)で処理できる問題が多いので適用法をきちんとマスターしておきたい。一方，なぜドップラー効果が起こるのかを問われることもある。誘導がつくので，それに沿って考えられるだけの力をつけておきたい。

76　公式を用いるのではなく，誘導に従って考えていくべき問題。

(a)　**音源が動いても音速は変わらない**(音速は地面に対する値)ことがベースとなる。

(1)　t 秒間には音波は Vt の距離を伝わり，音源は vt の距離を進むから，図のように求める距離は $Vt-vt=(\boldsymbol{V-v})\boldsymbol{t}$ となる。



(2)　振動数 f_0 は 1 s 間に音源が出す波の数(山の数といってもよい)である。音源は，静止していても動いていても，t 秒間には $\boldsymbol{f_0 t}$ 個の音波を出している。

(3)　波 1 個分の長さが波長 λ だから，(1)，(2)の結果を用いると

$$\lambda=\frac{(V-v)t}{f_0 t}=\frac{\boldsymbol{V-v}}{\boldsymbol{f_0}}$$

音源が動くと波長が変わる

(4)　人が聞く振動数を f とする。波の基本の関係 $V=f\lambda$ より

$$f=\frac{V}{\lambda}=\frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{V-v}}\boldsymbol{f_0}$$

公式で確認するとよい

(5)　音波の波長は $\lambda_0=V/f_0$ と表される。人が止まっていても単位時間(1 s 間)には V〔m〕の範囲の音波が届く。いま，人はその間に u〔m〕前進するので $\boldsymbol{V+u}$〔m〕の範囲の音を聞く。

(6)　この中に含まれる波の数は　$\dfrac{V+u}{\lambda_0}=\dfrac{\boldsymbol{V+u}}{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{f_0}$

人が動くと出会う波の数が変わる

これは 1 s 間に聞く波の数だから，求める振動数となる。

(7)　まず，音源が動くことによって波長 λ は(3)のようになる。さらに人が動く効果を(6)のように取り入れればよく，求める振動数 f は

$$f=\frac{V+u}{\lambda}=\frac{\boldsymbol{V+u}}{\boldsymbol{V-v}}\boldsymbol{f_0}$$

公式を用いて確認すると　$f=\dfrac{V-(-u)}{V-v}f_0$

(8)　風が吹くということは，空気全体が移動することであり，音速が変わり，風下側では $V+w$ となる。(4)の V を $V+w$ に置き換えればよいので

$$\frac{V+w}{V+w-v}f_0$$

風が吹くと音速が変わる

公式を用いるときも，V を $V+w$ に置き換えればよい。

ただし，風上側に伝わる音を扱うときは $V-w$ に置き換える。

77 ドップラー効果は音波に限らず，すべての波に対して生じる。

(1) 波の速さは波源の速度によらないので円形に広がる。それぞれの円の中心は波面が出されたときのPの位置である。一番外側の波面はPが原点 $x=0$ にいたとき出されたものである。この間に10個の波が出されていて，Pは毎秒5個の波を出しているので $10\div5=2$ 秒 の時間がたっていることになる。波は40 cm伝わっているから　$V=40\div2=20$ cm/s　∴ ④

(2) この2秒間にPは20 cm移動しているから $v=20\div2=10$ cm/s　∴ ④

Pは波が伝わった距離の半分を移動しているので $v=V/2$ と考えてもよい。

(3) Pの左側には60 cmの範囲に10個の波があるので波長 λ は

$$\lambda=60\div10=6\text{ cm}$$

$$f=\frac{V}{\lambda}=\frac{20}{6}=\frac{10}{3}\text{ Hz}\qquad ∴\ ②$$

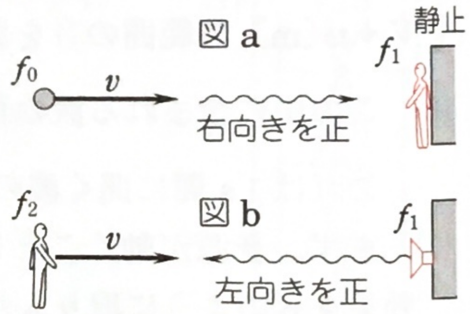
1波長分が波1個

このように**波源が動くと波長が変わる(前方では短く，後方では長くなる)ので，ドップラー効果が起こる**。ちなみに本問での前方での波長 λ' は2 cm，前方で静止している人が観測する振動数 f' は $V=f'\lambda'$ より $f'=10$ Hz となっている。

別解　Pは1 s間に5個の波を出すので振動数5 Hzの波源。

公式より，左向きを正として　$f=\dfrac{V}{V-(-v)}f_0=\dfrac{20}{20-(-10)}\times5=\dfrac{10}{3}$

78 (1) 壁で反射する場合は，2段階に分けて公式を適用すればよい。まず，壁を人に置き換え(壁上の人を考え)，その人が聞く振動数 f_1 を求める(図a)。次に壁を振動数 f_1 の音源に置き換え，観測者が聞く振動数 f_2 を求める。船(音源)の速さを v とすると

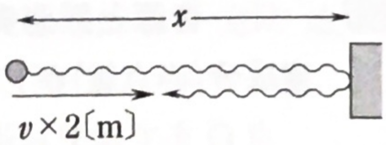


$$f_1=\frac{V-0}{V-v}f_0\qquad f_2=\frac{V-(-v)}{V-0}f_1=\frac{V+v}{V-v}f_0$$

音源と人が相対的に近づく(距離が接近する)場合には振動数が増え(高い音になり)，遠ざかる場合には減る(低い音になる)。　いまは図a，b共に近づいているから振動数は増し，$f_0<f_1<f_2$ となっている。増加分は

$$f_2-f_0=\frac{2v}{V-v}f_0\qquad ∴\ 20=\frac{2v}{340-v}\times840\qquad ∴\ v=\mathbf{4\ m/s}$$

(2) 求める距離を x とおくと，右図のように音波が伝わった距離と船の動いた距離の和が $2x$ に等しいので

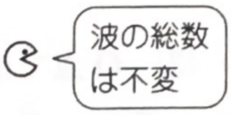


$$340\times2+v\times2=2x \qquad v=4 \quad \text{より} \qquad x=\mathbf{344\ m}$$

別解　音が壁まで伝わる時間は　$x/340$　よって反射後の時間は　$2-(x/340)$　上図より

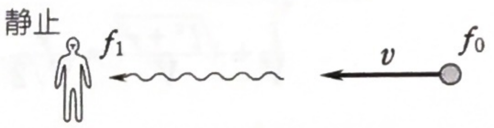
$$x=v\times2+340\times\left(2-\frac{x}{340}\right)$$

(3) **音源が出した波の数＝人が聞いた波の数** より

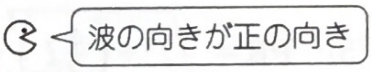


$$840\times10=860\,t \qquad \therefore\ t=9.76\cdots\fallingdotseq\mathbf{9.8\ s\ 間}$$

79　(1)(ア)　$f_1=\dfrac{V-0}{V-v}f_0=\boldsymbol{\dfrac{V}{V-v}f_0}$〔**Hz**〕

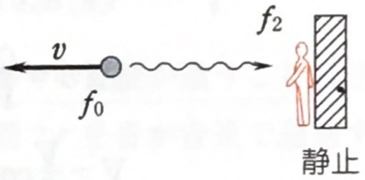


(イ) 壁上の人が聞く振動数 f_2 は



$$f_2=\frac{V-0}{V-(-v)}f_0=\boldsymbol{\frac{V}{V+v}f_0}\text{〔Hz〕}$$

壁と観測者は静止しているため，反射音の振動数は f_2 のまま変わらない。



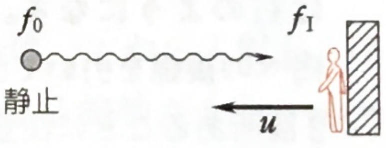
(ウ) 近づき・遠ざかりを考えれば，

$f_1>f_0>f_2$　　したがって，うなりは

$$n_1=f_1-f_2=\frac{2Vv}{V^2-v^2}f_0 \ \rightarrow\ n_1v^2+2Vf_0v-n_1V^2=0$$

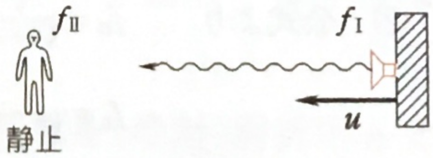
2次方程式の解の公式と $v>0$ より　　$\boldsymbol{v=\dfrac{V}{n_1}\left(\sqrt{f_0^2+n_1^2}-f_0\right)}$〔**m/s**〕

(2)(ア) まず，壁上の人が聞く振動数 $f_{\rm I}$ を求め，次に壁を振動数 $f_{\rm I}$ の音源とみなして，反射音の振動数 $f_{\rm II}$ を求める。

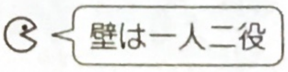


$$f_{\rm I}=\frac{V-(-u)}{V-0}f_0$$

$$f_{\rm II}=\frac{V-0}{V-u}f_{\rm I}=\boldsymbol{\frac{V+u}{V-u}f_0}\text{〔Hz〕}$$

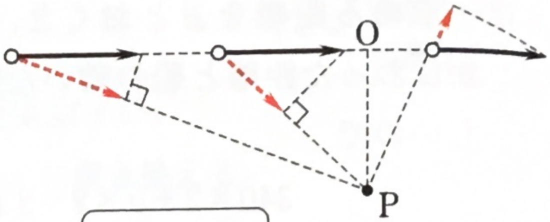


(イ) 近づき・遠ざかりを考えれば，$f_{\rm II}>f_{\rm I}>f_0$



また，直接届く音はドップラー効果がなく f_0 なので　　$n_2=f_{\rm II}-f_0=\dfrac{2u}{V-u}f_0$　　$\therefore$　$\boldsymbol{u=\dfrac{n_2}{2f_0+n_2}V}$〔**m/s**〕

80　⑴　**音源と観測者を結ぶ直線方向の速度成分(赤点線)がドップラー効果を生じる。**



図で考えるのがベスト

点OまではPに近づく速さが減り，その後はPから遠ざかる速さが増していく。したがって振動数は(つまり音の高さは)**単調に減少していく**。

⑵　公式より　$\dfrac{V}{V-\dfrac{V}{2}\cos 60^\circ}f_0=\boldsymbol{\dfrac{4}{3}f_0}$

⑶　O点で出された音は，OP方向の速度成分が0なのでドップラー効果を生じない。よって　$f=\boldsymbol{f_0}$

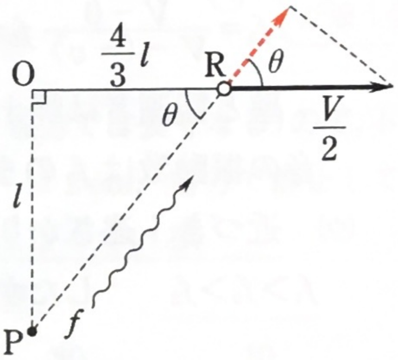
⑷　音波が O→P→R へと伝わった時間と，列車が O→R へと移動した時間が等しいから

$$\frac{l}{V}+\frac{\sqrt{l^2+r^2}}{V}=\frac{r}{V/2}\ \rightarrow\ l^2+r^2=(2r-l)^2\qquad \therefore\ r=\boldsymbol{\frac{4}{3}l}$$

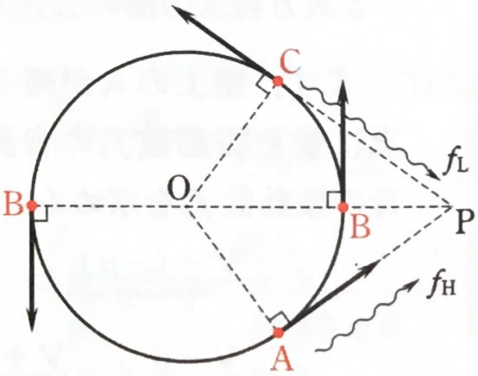
⑸　$\mathrm{PR}=\sqrt{l^2+\left(\dfrac{4}{3}l\right)^2}=\dfrac{5}{3}l$

$$\cos\theta=\frac{\mathrm{OR}}{\mathrm{PR}}=\frac{4}{5}$$

$$f'=\frac{V-\dfrac{V}{2}\cos\theta}{V}f=\boldsymbol{\frac{3}{5}f}$$



81　⑴　速度の向きを考えるとA，B，Cは右のようになる。AとCは，Pから円への接線を引いて決める。また，Bは2箇所あることに注意する。



⑵　公式より　$f_H=\dfrac{V}{V-v}f_0$　…①

$$f_L=\frac{V}{V-(-v)}f_0\quad\cdots②$$

$\dfrac{①}{②}$より　$\dfrac{f_H}{f_L}=\dfrac{V+v}{V-v}$　　$\therefore\ v=\boldsymbol{\dfrac{f_H-f_L}{f_H+f_L}V}$　…③

①に v を代入して　$f_0=\boldsymbol{\dfrac{2f_Hf_L}{f_H+f_L}}$

⑶　③より　$v=\dfrac{525-495}{525+495}\times340=\boldsymbol{10}$〔**m/s**〕

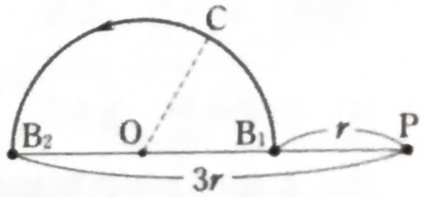
9.42〔s〕は1回転の時間(周期 T)に等しい。円周 $2\pi r$〔m〕を一定の速さ v〔m/s〕で動くので，$T=2\pi r/v$

$$\therefore \quad r=\frac{vT}{2\pi}=\frac{10\times 9.42}{2\times 3.14}=\mathbf{15}\text{〔m〕}$$

(4)(ア) 直角三角形OAPに着目すると，OA：OP＝1：2 より ∠AOP＝60° と分かる。よって ∠AOC＝120° だから，AC間は $\frac{1}{3}T$ の時間で動ける。A点やC点から音がPまで伝わる時間は同じなので

$$\frac{1}{3}T=\frac{1}{3}\times 9.42=\mathbf{3.14}\text{〔s〕}$$

(イ) B_1 点で音を発した時刻を0〔s〕とすると，その音がPに達する時刻は $t_1=r/340$ 音源が B_2 点にくる時刻は $\frac{1}{2}T$ で，そこで出された音がPに達する時刻は $t_2=\frac{1}{2}T+3r/340$



結局，人が聞くのに要した時間は

$$t_2-t_1=\frac{1}{2}T+\frac{2r}{340}=\frac{1}{2}\times 9.42+\frac{2\times 15}{340}\fallingdotseq\mathbf{4.8}\text{〔s〕}$$

音が届くまでに時間がかかること，B_1 と B_2 ではPまでの距離が違うことに注意。ていねいにいつ何が起こったかを考えてみる。B_2B_1 間 $2r$ を音が音速で通過する分だけ，$T/2$ より時間が余分にかかると考えてもよい。

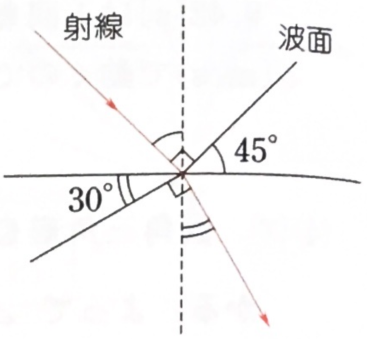
4 反射・屈折の法則

KEY POINT 媒質1に対する媒質2の屈折率 n_{12} は，1から入射し，2へ屈折する場合をいう。波の速さ v_1，v_2 は媒質で決まる定数だから，$n_{12}=v_1/v_2$ は2つの媒質で決まる定数となる。**屈折しても振動数 f は不変**なので，$n_{12}=\lambda_1/\lambda_2$ とも書ける。

光波の場合，真空中から物質へ入るときの屈折率を**(絶対)屈折率** n という。真空中の光速を c，波長を λ とし，物質中での値を v，λ' とすると，$n=c/v=\lambda/\lambda'$

これから $v=\dfrac{c}{n}$ $\lambda'=\dfrac{\lambda}{n}$ となる(速さと波長は物質で決まるので，真空中から来たかどうかに関わらず成りたつ)。

82 (1) **射線と波面は直交**する。右図より入射角は45°，屈折角は30° と分かり



$$n_{12}=\frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ}=\frac{1/\sqrt{2}}{1/2}=\sqrt{2}\fallingdotseq \mathbf{1.4}$$

(2) $v_1=f\lambda_1=25\times 2.0=\mathbf{50\ cm/s}$

(3) $n_{12}=\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}$ より $\lambda_2=\dfrac{\lambda_1}{n_{12}}=\dfrac{2.0}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\fallingdotseq\mathbf{1.4\ cm}$

屈折しても振動数 f は不変なので $\mathbf{f=25\ Hz}$

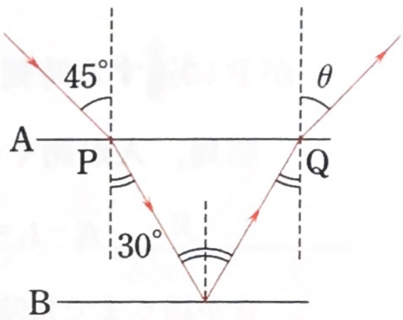
波面と射線をしっかり区別

$v_2=f\lambda_2=25\times\sqrt{2}=35.3\cdots\fallingdotseq\mathbf{35\ cm/s}$

別解 $n_{12}=\dfrac{v_1}{v_2}$ より $v_2=\dfrac{v_1}{n_{12}}=\dfrac{50}{\sqrt{2}}=25\sqrt{2}$

(4) $0.80=\dfrac{v_1}{v_3}$ より $v_3=\dfrac{50}{0.80}$ $n_{23}=\dfrac{v_2}{v_3}=25\sqrt{2}\times\dfrac{0.80}{50}\fallingdotseq\mathbf{0.57}$

(5) 右図のように反射の法則によりQへの入射角は30° となる。**波は逆行可能**だから，Pでの逆行と同じになり，θ は **45°**

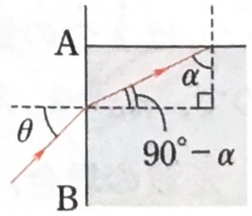


83 (1) **全反射が起こるのは，波の速さがより速い媒質に出会ったとき**である。光の速さは $v=c/n$ より n が小さいほど速い。よって $\mathbf{n_1>n_2}$

(2) **光の屈折では $n\sin\theta=$ 一定 の関係が成りたつ**。臨界角のときの屈折角は90° なので

$$n_1\sin\alpha_0=n_2\sin 90^\circ \qquad \therefore\ \sin\alpha_0=\frac{\mathbf{n_2}}{\mathbf{n_1}}$$

(3) ABでの屈折角は $90^\circ-\alpha$ だから



$$n_1=\frac{\sin\theta}{\sin(90^\circ-\alpha)}=\frac{\sin\theta}{\cos\alpha} \qquad \therefore\ \cos\alpha=\frac{\mathbf{\sin\theta}}{\mathbf{n_1}}$$

(4) $\alpha>\alpha_0$ のとき全反射が起こる。それは $\sin\alpha>\sin\alpha_0$ と書きかえてもよく，(2)を用いると

$$\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}>\frac{n_2}{n_1}$$

臨界角でも事実上は全反射。等号を含めてもよい。

(3)を代入して

$$\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{n_1{}^2}}>\frac{n_2}{n_1} \qquad \therefore\ \mathbf{\sin\theta<\sqrt{n_1{}^2-n_2{}^2}}$$

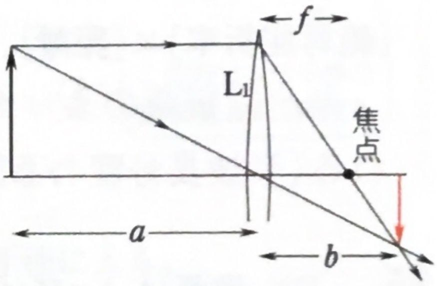
(5) θ が 90° に近づくと $\sin\theta$ は 1 に近づくので，(4)の結果が $0<\theta<90°$ のすべての θ に対して成りたつためには

$$1 \leqq \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad \text{あるいは} \quad 1 \leqq n_1^2 - n_2^2$$

84　レンズの公式は $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ (a はレンズから物体までの距離，b はレンズから像までの距離，f は焦点距離) 凸レンズは $f>0$，凹レンズは $f<0$ とする。また，$b>0$ は実像を，$b<0$ は虚像を意味する。　倍率は $|b/a|$

(1) $\frac{1}{30}+\frac{1}{b}=\frac{1}{10}$　　$\therefore$　$b=15$

レンズの後方 15 cm の位置に**実像**ができる。



右図のように**倒立**。像の大きさは

$$8\times\frac{15}{30}=\mathbf{4\ cm}$$

(2) 倍率が 1 だから　$b/a=1$

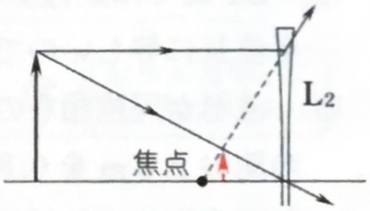
$\therefore$　$b=a$

$\frac{1}{a}+\frac{1}{a}=\frac{1}{10}$　　$\therefore$　$a=\mathbf{20\ cm}$

作図もしてみるとよい

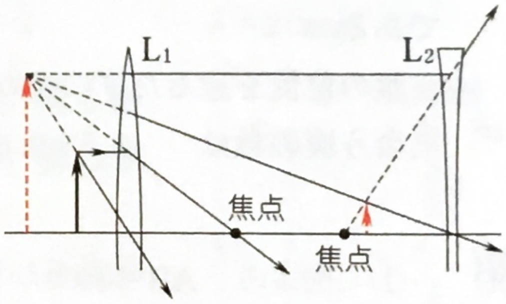
(3) $\frac{1}{30}+\frac{1}{b}=\frac{1}{-10}$　　$\therefore$　$b=-7.5$

レンズの前方 7.5 cm の位置に**虚像**ができる。右のように**正立**。像の大きさは　$8\times\frac{7.5}{30}=\mathbf{2\ cm}$



(4) $\frac{1}{5}+\frac{1}{b}=\frac{1}{10}$　　より　　$b=-10$

よって **L_1 の前方 10 cm** に虚像ができる(正立)。L_2 側から見るとそこに物体があるのと同じことだから



$\frac{1}{10+30}+\frac{1}{b'}=\frac{1}{-10}$　　$\therefore$　$b'=-8$

よって **L_2 の前方 8 cm** の位置に虚像ができる(正立)。大きさは L_1 による倍率も考慮して　$8\times\frac{10}{5}\times\frac{8}{40}=\mathbf{3.2\ cm}$

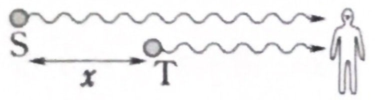
5 干渉

KEY POINT 2つの波源からの波が出会うとき，干渉が起こる。山と山(谷と谷)が出会うと強め合い，山と谷が出会うと弱め合う。波源からの距離差(経路差)が重要な役割をになう。基本は水面波の干渉であり，波源が同位相なら，距離差$=m\lambda$ で強め合い，$\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$ で弱め合う。強め合いは$\lambda/2$の偶数倍，弱め合いは$\lambda/2$の奇数倍と表してもよい。

光の干渉では，強め合いは明線，弱め合いは暗線となり，距離差を一般化した光路差を用いるとよい。光路差は光学距離の差で，[光学距離]＝[絶対屈折率]×[距離]。その場合，λ は真空中の波長を用いる。

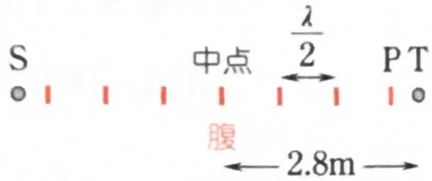
光が屈折率のより大きな媒質によって反射されると，位相が π 変わる(半波長分変わる固定端反射)。そのときは条件式を入れ替える。

85 (1) 波長は $\lambda=V/f=340\div200=1.7$ m 音源からの距離差はSとTの間隔 x に等しい(右図)。強め合うためには $x=m\lambda$ $(m=0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$ x の最小値は $m=1$ のときで($m=0$ はSとTの位置が同じになり不適) $x=\lambda=$ **1.7**〔m〕



(2) ST間では逆行する2つの波があるので定常波が出現する。腹と腹の間隔は半波長に等しいので $\lambda/2=1.7\div2=$ **0.85**〔m〕

(3) 波源が同位相なので中点は腹になる。中点とTの間の2.8 mを0.85 mで割ると，余りが**0.25 m**となる($2.8=0.85\times3+0.25$)。それがPT間距離である。



(4) 腹の位置を通るたびに強め合いを観測する。人は1 s間に1.7 m進むので，出会う腹の数は $1.7\div0.85=$ **2**〔回/s〕

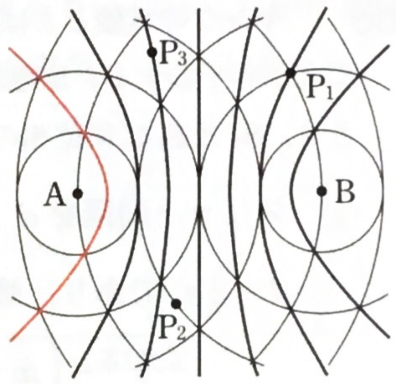
86 (1) 図より $AB=4\lambda$ $\therefore$ $\lambda=\dfrac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{4}}$〔**m**〕 $v=f\lambda=\dfrac{\lambda}{T}=\dfrac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{4T}}$〔**m/s**〕

(2) P_1 は山と山が出会っているので**強め合い**。 P_2 ではAから谷が来ていて，山と谷の重なりだから**弱め合い**。 P_3 ではA，Bから共に谷が来ているので**強め合い**。

(3) 図より $AP_1-BP_1=4\lambda-2\lambda=\boldsymbol{2\lambda}$ $AP_2-BP_2=2.5\lambda-3\lambda=\boldsymbol{-\frac{1}{2}\lambda}$

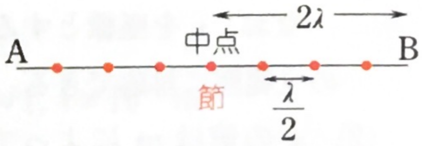
$AP_3-BP_3=2.5\lambda-3.5\lambda=\boldsymbol{-\lambda}$ これらの結果からも(2)の答えが確認できる。

(4) 強め合いの線は山と山の重なり(あるいは谷と谷の重なり)を結べばよく，右のようになる。Aに最も近いのは赤い線。



(5) 波源が逆位相(一方が山を出すと他方は谷を出す)になると，強め合いと弱め合いが入れ替わるので右図の太線(黒と赤)が弱め合いの線となる。よって，図より **7本**。

別解 線分AB上では，左右逆行する波となり，定常波が現れる。逆位相の場合，中点は節となる。節は弱め合いに相当し，節と節の間隔は$\lambda/2$だから図より7個，つまり7本と分かる。定常波も干渉の一種である。

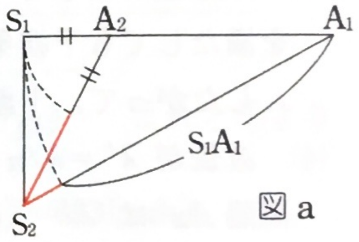


この方法なら干渉の図を用いずに解ける

87

スリットで回折が起こり，球面波が広がるため干渉に入る。

(1) S_1，S_2からの距離の差(赤線)は遠くなるほど小さくなっていることに注意。弱め合いの条件は，距離差$=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$ $(m=0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$ と表されるので，



図a

A_1の方が$\frac{1}{2}\lambda$差と決まり　$\frac{1}{2}$**倍**。

A_2の方は$\left(1+\frac{1}{2}\right)\lambda$差　で　$\frac{3}{2}$**倍**。

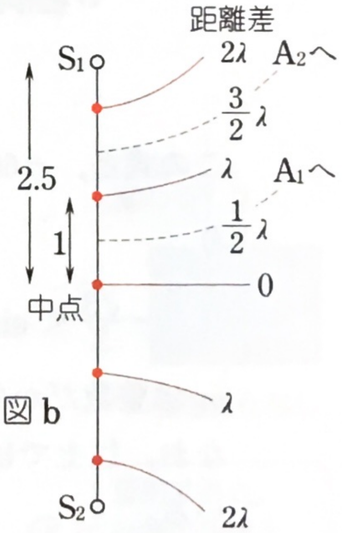
A_2やA_1を中心に円を描いてみる

(2) 三平方の定理より　$S_2A_1=\sqrt{12^2+5^2}=13$

(1)の結果より　$S_2A_1-S_1A_1=13-12=\frac{1}{2}\lambda$　$\therefore\ \lambda=2$〔**cm**〕

(3) 線分S_1S_2上では定常波が生じ，中点は腹。腹と腹の間隔は$\lambda/2=1\ \mathrm{cm}$だから，右図より5個。腹は強め合いでもあり　**5本**。

(4) 前問の考え方からも分かるように，S_1S_2間の距離が増すと腹の数が増し，腹と腹の中央にある節(弱め合いの線に対応)も当然**増す**。一方，図aからS_1S_2が長くなると，A_1までの距離差が増すことが分かる。$\lambda/2$を保つためにはA_1は**遠ざかる**。



図b

88 **ヤングの実験**とよばれる。スリットS_1とS_2で回折された光がそれぞれ球面波として広がり干渉する。原理的には水面波の干渉と同じである。なお，S_0の役割は光を回折させ，S_1とS_2に同位相の光を送り込むことにある。

(1) スリット間隔をdとすると，**距離差**S_2P-S_1Pは$\dfrac{dx}{l}$と表される。

$d=2a$であり，暗線(弱め合い)の条件は

$$\frac{2a\cdot x}{l}=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda \qquad \therefore\quad x=\left(\boldsymbol{m+\frac{1}{2}}\right)\frac{\boldsymbol{\lambda l}}{\boldsymbol{2a}}\ (=x_m)$$

なお，xを座標とすると，mとして負の整数まで用いれば，上式でスクリーン上の全範囲に対応できる。

(2) xの値はmによって変わるのでx_mと表記すると，間隔Δxは

$$\Delta x=x_{m+1}-x_m=\left\{\left(m+1+\frac{1}{2}\right)-\left(m+\frac{1}{2}\right)\right\}\frac{\lambda l}{2a}=\frac{\lambda l}{2a}\quad\cdots①$$

$$\therefore\quad \lambda=\frac{2a}{l}\Delta x=\frac{2\times0.47\times10^{-3}}{6.1}\times4.1\times10^{-3}\fallingdotseq\boldsymbol{6.3\times10^{-7}}\,\text{〔}\mathbf{m}\text{〕}$$

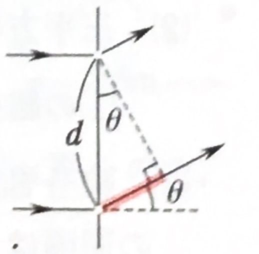
(3) 光路差が生じているのは面Ⅱとスクリーンの間なので，面ⅠとⅡの間に媒質を満たしても干渉条件は変わらない。

したがって，干渉模様も変わらないので **1倍**

(4) 波長が$\lambda'=\lambda/n$となる。①式のλをλ'に置き換えればよいので，新たな間隔$\Delta x'$は

$$\Delta x'=\frac{\lambda' l}{2a}=\frac{\lambda l}{2an}=\frac{\Delta x}{n} \qquad \text{よって}\quad \boldsymbol{\frac{1}{n}}\,\textbf{倍}$$

89 (1) 回折格子の公式 $\boldsymbol{d\sin\theta=m\lambda}$ において，整数mには負の値も含ませればよい。



赤色部が経路差。平行光線の干渉は垂線(波面)を描いて考える。

$$1.2\times10^{-6}\sin\theta=m\times6.0\times10^{-7}$$

$$\therefore\quad \sin\theta=\frac{1}{2}m$$

この式と，$-60°<\theta<60°$ および $\sin60°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

より

$$-\frac{\sqrt{3}}{2}<\sin\theta=\frac{1}{2}m<\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore\quad -\sqrt{3}<m<\sqrt{3}$$

mは整数だから　　$m=-1,\ 0,\ 1$　　よって，**3本**

なお，以上では$-90°\leqq\theta\leqq90°$の範囲で$\sin\theta$は増加関数であることを用いている。

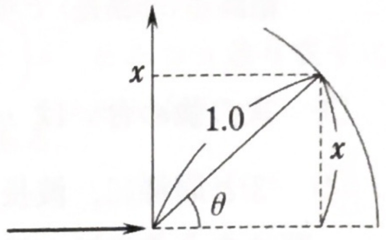
(2) $d\sin\theta=m\lambda$ よりλを決めれば，$\theta>0°$ではθの小さい側から$m=1,\ 2,$

…の順で明線が現れる。また，同じ次数 m では，λ が小さい(短い)方が θ が小さい。青色の方が波長 λ が短いから，Pは $m=1$ の青色，次のQは $m=1$ の赤色，Rは $m=2$ の青色となる。

念のために，$d\sin\theta_P = 1\cdot\lambda_{青}$，$d\sin\theta_R = 2\cdot\lambda_{青}$

$\therefore$ $\sin\theta_R = 2\sin\theta_P$　実際，図2より $0.64 = 2\times0.32$

半径1.0mの円筒スクリーンだから，$\sin\theta = x$ となっていることに注意したい。



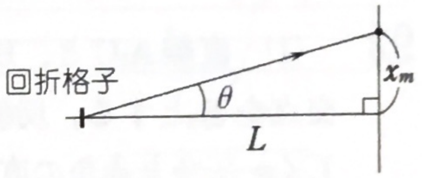
結局，青色の明線はPとRで　⑥

(3) Qは $m=1$ の赤色だから　　$d\sin\theta_Q = 1\times6.8\times10^{-7}$

図2より　$\sin\theta_Q = 0.48$　　$\therefore$　$d = 14.1\cdots\times10^{-7} \fallingdotseq \mathbf{1.4\times10^{-6}\,m}$

90　(1) 回折格子の公式 $\boldsymbol{d\sin\theta = m\lambda}$ において，

$L \gg x_m$ より θ が微小角になっているので



$$x_m = L\tan\theta \fallingdotseq L\sin\theta = \frac{\boldsymbol{m\lambda L}}{\boldsymbol{d}} \quad \cdots①$$

$$\varDelta x = x_{m+1} - x_m = (m+1-m)\frac{\lambda L}{d} = \frac{\boldsymbol{\lambda L}}{\boldsymbol{d}}$$

(2) 1mmあたり100本より　$d = \dfrac{1\times10^{-3}}{100} = 1.00\times10^{-5}$〔m〕　これと①より

$$\lambda = \frac{dx_m}{mL} = \frac{1.00\times10^{-5}\times19.0\times10^{-2}}{3\times1.00} \fallingdotseq 6.33\times10^{-7}\text{〔m〕} = \mathbf{633〔nm〕}$$

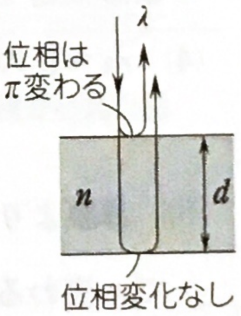
(3) $m=0$ は $\theta=0$ に対応し，すべての λ に対し $d\sin0 = 0\cdot\lambda$ を満たすので，**白色になる**。$m=1$ では $d\sin\theta = 1\cdot\lambda$ より λ が大きいほど θ が大きい。つまり**中心に近い側から青→黄→赤のように色づく**。

(4) ①より　$x_1 = \dfrac{\lambda L}{d} = \dfrac{380\times10^{-9}\times1.00}{1.00\times10^{-5}} = 3.80\times10^{-2}$〔m〕$= \mathbf{3.80〔cm〕}$

$\lambda = 770$〔nm〕についても同様で　　$\mathbf{3.80\,cm \leqq x_1 \leqq 7.70\,cm}$

91　(1)　$\boldsymbol{v = \dfrac{c}{n}} = \dfrac{3.0\times10^8}{1.5} = \mathbf{2.0\times10^8〔m/s〕}$

$\boldsymbol{\lambda' = \dfrac{\lambda}{n}} = \dfrac{6.0\times10^{-7}}{1.5} = \mathbf{4.0\times10^{-7}〔m〕}$



(2) 油膜の厚みを d とすると，光路差は $n\times2d$ である。

反射の際，表面で位相が π 変わるので，強め合う条件は

$$2nd = \left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m=0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$$

d が最小となるのは $m=0$ のときだから

反射すると，往復の距離と位相変化に注意

$$d_0=\frac{\lambda}{4n}=\frac{6.0\times10^{-7}}{4\times1.5}=\mathbf{1.0\times10^{-7}}〔\mathbf{m}〕$$

距離差(経路差)で考える場合には，条件式を $2d=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda'$ とおくことになる。

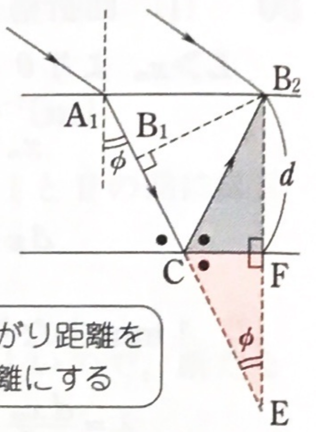
(3)　次の強め合いは $m=1$ に対応し　　$d_1=\frac{3\lambda}{4n}=3d_0=\mathbf{3.0\times10^{-7}}〔\mathbf{m}〕$

(4)　(3)と同様に，波長 λ の光が強め合う d は一般に d_0 の奇数倍となる。一方，弱め合う条件は，波長を λ_1 とすると，$2nd=l\lambda_1$ $(l=1,\ 2,\ \cdots)$　したがって

$$d=\frac{l\lambda_1}{2n}=\frac{l\times4.5\times10^{-7}}{2\times1.5}=1.5\,l\times10^{-7}〔\mathrm{m}〕$$

$l=2$ のときこの値は d_1 に一致し，それが l の最小つまり d の最小だから，求める値は d_1 に等しく　　$\mathbf{3.0\times10^{-7}}〔\mathbf{m}〕$

92　(1)　直線 A_1C と，B_2 から境界面におろした垂線との交点をEとする。反射の法則より黒丸で示した角が等しく，灰色と赤色の直角三角形は合同だから，$CB_2=CE$



よって，　$B_1C+CB_2=B_1C+CE=B_1E$

直角三角形△B_1B_2E より

$$B_1E=B_2E\cos\phi=\mathbf{2d\cos\phi}$$
$$(\because\quad FE=B_2F=d)$$

(2)　薄膜中での波長を λ' とすると，公式より　　$\lambda'=\boldsymbol{\frac{\lambda}{n}}$

(3)　下の媒質ほど屈折率が大きいので，B_2 でもCでも反射の際位相が π 変わり，反射は実質的に干渉条件に影響しない。よって，経路差(距離差)$=m\lambda'$ が明るくなる条件になり，$\boldsymbol{2d\cos\phi=m\cdot\frac{\lambda}{n}}$　　光路差は $n\times2d\cos\phi$ であり，$\boldsymbol{2nd\cos\phi=m\lambda}$ としてもよい。

光路差 $\mathbf{2nd\cos\phi}$ (ϕ は屈折角) は覚えておきたい。導出では光線 A_1C に垂直な波面 B_2B_1 を描き，点 B_1 に着目し，Eを利用することがポイントである。

(4)　$m=1$ のとき d は最小となるので

$$d=\frac{1\cdot\lambda}{2n\cos\phi}=\frac{1\times6.0\times10^{-7}}{2\times1.5\times\cos60^\circ}=\mathbf{4.0\times10^{-7}}〔\mathbf{m}〕$$

(5)　薄膜よりGの屈折率が小さいのでCでの反射では位相変化がなく，B_2 だけで π 変わる。そこで，明るくなる条件は，経路差$=\left(m-\frac{1}{2}\right)\lambda'$ となり，$2nd\cos\phi=\left(m-\frac{1}{2}\right)\lambda$ と表される。$m=1$ で d は最小となり

$$d=\frac{\left(1-\frac{1}{2}\right)\lambda}{2n\cos\phi}=\frac{\frac{1}{2}\times 6.0\times 10^{-7}}{2\times 1.5\times \cos 60^\circ}=\mathbf{2.0\times 10^{-7}}\text{〔}\mathbf{m}\text{〕}$$

整数 m を $m=0, 1, 2, \cdots$ とすれば，経路差 $=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda'$ とふつう通り表すことになる。右辺は $\frac{1}{2}\lambda$ から始まるように調整する必要がある。

93 ガラス板の間の空気層は非常に狭く，薄膜として働き，干渉が起こる。右図では誇張されているが，上のガラス板もほとんど水平なので，反射光は上へ戻るとしてよい。

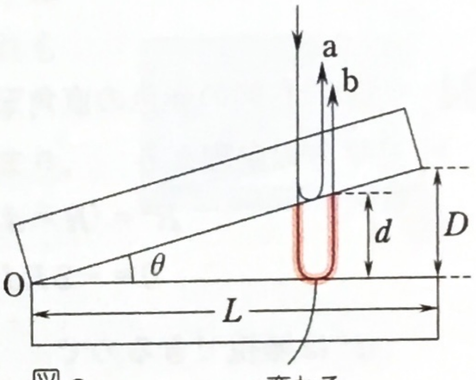


図 a

場所ごとに厚さの変わる薄膜

(1) 空気層の厚みを d とすると，経路差は $2d$ である（赤色部）。光 b が反射により位相が π 変わるので，暗線の条件は $2d=m\lambda$ $(m=0, 1, 2, \cdots)$ で表される。

O 点では $d=0$ であり，$m=0$ が対応してこの式が成立するので，**暗線**になる。

(2) m 次の明線の条件は　$2d=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$　…①

次の $m+1$ 次の明線は，空気層の増加分を Δd として

$$2(d+\Delta d)=\left(m+1+\frac{1}{2}\right)\lambda \quad \cdots②$$

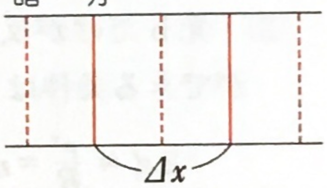


図 b：真上から見た図

②−①より　　$\Delta d=\frac{1}{2}\lambda$　…③

なお，$m+1$ 次は m 次より経路差が1波長分長くなること，そして光が往復することを考え合わせれば $\Delta d=\frac{\lambda}{2}$ はすぐに分かる。

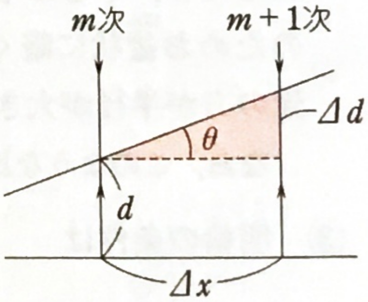


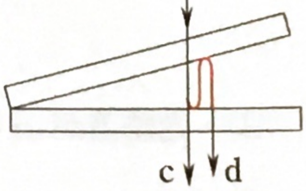
図 c：横から見た図

赤色の三角形と図 a より

$$\Delta d=\Delta x\cdot\tan\theta=\Delta x\cdot\frac{D}{L} \quad \cdots④$$

③，④より　　$D=\frac{\lambda L}{2\Delta x}=\frac{5.9\times 10^{-7}\times 0.10}{2\times 2.0\times 10^{-3}}\doteqdot\mathbf{1.5\times 10^{-5}}$〔**m**〕

(3) 経路差はやはり $2d$ だが（赤色部），光 d が2回反射し，共に π 変わるため，$2d=m\lambda$ は明線の条件に，$2d=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$ は暗線の条件になる。つまり，**明線と**

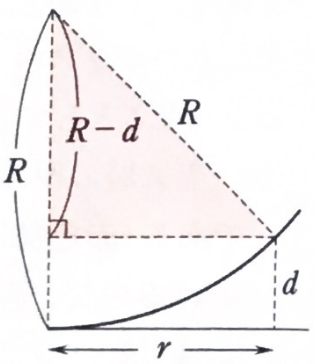


暗線が入れ替わって見える。エネルギー保存則の観点からも，反射光が明るく見えるとき，透過光は暗くなるはずである。

(4)　③，④より　$\Delta x=\dfrac{\lambda L}{2D}$　　水中では λ を $\lambda'=\dfrac{\lambda}{n}$ に置き換えればよいので

$$\Delta x'=\frac{\lambda' L}{2D}=\frac{\lambda L}{2Dn}=\frac{\Delta x}{n}\qquad \therefore\ \boldsymbol{\frac{1}{n}}\textbf{倍}$$

94　(1)　右図の赤色の直角三角形に注目すると，三平方の定理より

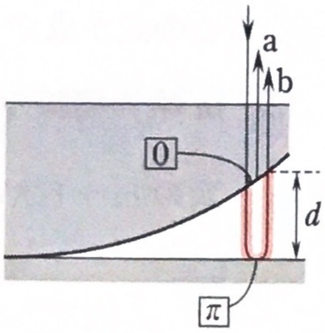


$$R^2=(R-d)^2+r^2$$

$$\therefore\quad 0=-2Rd+d^2+r^2$$

d^2 は無視できるので　　$d\fallingdotseq\boldsymbol{\dfrac{r^2}{2R}}$

右下図のように，平凸レンズの下面で反射する光aと，平面ガラスの上面で反射する光bが干渉する。その経路差は $2d$ であり(赤色部)，上の結果より r^2/R と表される。



(2)　光bだけが反射の際に位相が π 変わるので暗輪ができる条件は

$$2d\fallingdotseq\frac{r^2}{R}=m\lambda\quad(m=0,\ 1,\ 2,\ \cdots)\quad\cdots①$$

中心は $d=0$ であり，$m=0$ でこの条件が満たされるので，中心は**暗く見える**。実際上，中心点だけでなく，中心近くは $d\fallingdotseq0$ のためお盆(ぼん)状に暗くなる。また，①より λ が大きいと r は大きいので**赤色の光**の方が半径が大きい。

なお，このような比較は次数 m の等しい光に対して行う。

(3)　明輪の条件は　$\dfrac{r^2}{R}=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda\quad(m=0,\ 1,\ 2,\ \cdots)\quad\cdots②$

3番目の明輪は $m=2$ に対応することに注意して

m=0 が 1番目

$$\frac{r^2}{R}=\left(2+\frac{1}{2}\right)\lambda\quad\cdots③$$

$$\therefore\quad R=\frac{r^2}{\frac{5}{2}\lambda}=\frac{(3.0\times10^{-3})^2}{\frac{5}{2}\times540\times10^{-9}}=6.66\cdots=\mathbf{6.7}\,[\mathrm{m}]$$

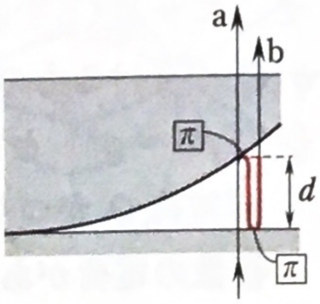
(4)　光路差が $n\times2d\fallingdotseq n\dfrac{r^2}{R}$ となること，4番目は $m=3$ に該当することに注意

すると
$$n\frac{r^2}{R}=\left(3+\frac{1}{2}\right)\lambda \quad \cdots④$$

$\frac{④}{③}$ より（r は共通だから）　$n=\frac{7}{5}=\mathbf{1.4}$

もしも，n がガラスの屈折率よりも大きかったとしても，光 a の位相が π 変わり，b が変わらなくなるので，④は成立している。

(5) 右のような光 a，b の干渉となり，経路差はやはり $2d$ である（赤色部）。b は 2 度の反射でいずれも位相が π 変わるので，反射は実質的に影響せず，①は明輪の条件に，②は暗輪の条件になる。つまり，**明暗の輪が入れ替わる。** 問題 93 (3)のようにエネルギー保存則で考えると早い。



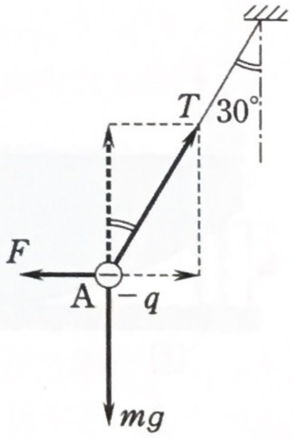
電　磁　気

1　静電気，電場と電位

KEY POINT　クーロンの法則が基礎となる。**ある点での電場 $\vec{E}$ は，そこに＋1〔C〕を置いたとき，受ける力の大きさと向きで決める。**
q〔C〕が受ける力の大きさは **$F=qE$** となる。 そして，**位置エネルギー U は $U=qV$** と電位 V を用いて表せる。
点電荷 Q がつくる電場は **$E=kQ/r^2$**，　電位は **$V=kQ/r$**
複数の電荷があれば，**電場はベクトル和，電位はスカラー和**となる。
（$V=kQ/r$ と $U=qV$ は符号を考えて扱うことに注意する。）
電場の様子は電気力線や等電位面を用いて表される。

95　(1)　張力を T とすると，鉛直方向での力のつり合いより

$$T\cos 30^\circ = mg \qquad \therefore\ T=\frac{2}{\sqrt{3}}mg\text{〔N〕}$$



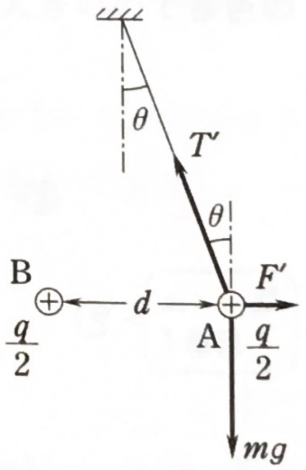
(2)　静電気力を F とすると，水平方向のつり合いより

$$F=T\sin 30^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}mg \quad \cdots①$$

一方，クーロンの法則より　$F=k\dfrac{2q\cdot q}{d^2}$　…②

①，②より　$q=d\sqrt{\dfrac{mg}{2\sqrt{3}k}}$〔C〕

(3)　AとBを接触させると，正・負の電荷の一部が中和し，全体の電気量は $-q+2q=+q$ となる。AとBを離すと，それぞれ $+\frac{1}{2}q$ と正に帯電する。同種の電荷は反発し合い，力のつり合いは



水平方向：　$T'\sin\theta=F'=k\dfrac{\frac{q}{2}\cdot\frac{q}{2}}{d^2}$　…③

鉛直方向：　$T'\cos\theta=mg$　…④

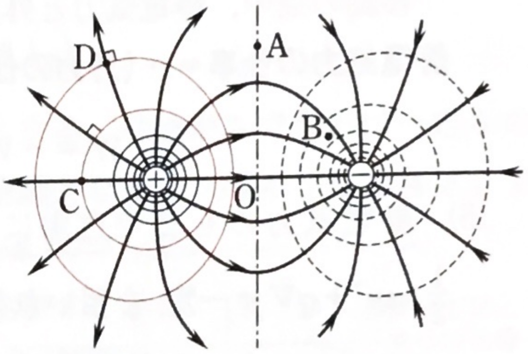
$\dfrac{③}{④}$ より　$\tan\theta=\dfrac{kq^2}{4mgd^2}=\dfrac{1}{8\sqrt{3}}$
（(2)の q を代入）

電気量の保存に注意

96　(1)　**電気力線は，接線方向がその点での電場(電界)の向きを表し，密集している所ほど電場が強い。そして，＋(正電荷)から出て－(負電荷)に入り，総本数は電気量に比例する。**したがって，

(ア)　**正**　(イ)　**負**　(ウ)　**1**　(エ)　**小さい**

(2)　**電気力線と等電位面は直交する。**そこで図の赤線が答になる。黒線も含め，実線が正の電位，点線が負の電位になり，直線 AO 上は 0〔V〕(無限遠を基準とする)。式で示せば，$\dfrac{kq_1}{r}+\dfrac{k(-q_1)}{r}=0$（$r$ は P や Q までの距離)。電位は＋の近くほど高く，－の近くほど低い。



(3)　以上より　　$V_B < V_A = V_O < V_D < V_C$　　**電気力線は高電位側から低電位側に向かう**ことから決めてもよい。

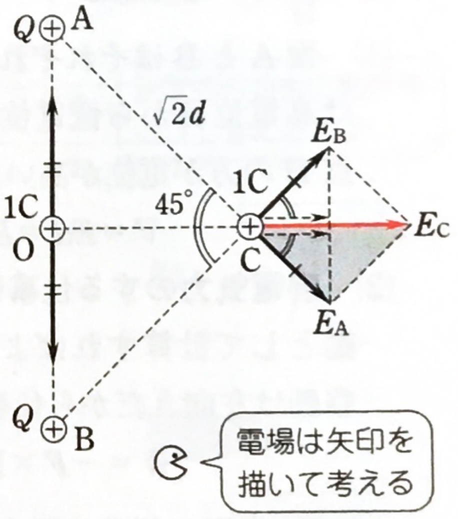
(4)　エネルギー保存則より，**外力の仕事＝位置エネルギーの変化** が成りたつ。ここでは静電気力による位置エネルギー $U=qV$ の変化を調べればよい。$q=q_0>0$ なので，電位が増すケースで外力の仕事は正になる。それは **B→C**

全体での仕事は　$q_0V_A - q_0V_A = \mathbf{0}$〔**J**〕

なお，問題文に断りがなければ，重力は考えなくてよい。

同じ点に戻れば
いつも仕事は 0

97　(1)　点 O に＋1〔C〕(図の⊕)を置き，受ける力を調べる。A，B の＋Q から逆向きで同じ大きさの電場がつくられ，電場はベクトル和だから **0**〔**N/C**〕となる。一方，点 C では $\vec{E}_A$ と $\vec{E}_B$ の和は $\vec{E}_C$ となる。計算では，x 軸方向の成分(点線矢印)の和をとればよく



$$E_C = E_A\cos 45^\circ + E_B\cos 45^\circ = 2E_A\cos 45^\circ$$

$$= 2\frac{kQ}{(\sqrt{2}d)^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} = \mathbf{\frac{\sqrt{2}kQ}{2d^2}}\ \text{〔N/C〕}$$

電場は矢印を
描いて考える

灰色部分が直角 2 等辺三角形となるので，$E_C=\sqrt{2}E_A$ として求めてもよい。

(2)　点電荷の電位 $V=\dfrac{kQ}{r}$ を用いる。電位はスカラー和だから

$$V_O = \frac{kQ}{d}+\frac{kQ}{d} = \mathbf{\frac{2kQ}{d}}\ \text{〔V〕}\qquad V_C = \frac{kQ}{\sqrt{2}d}+\frac{kQ}{\sqrt{2}d} = \mathbf{\frac{\sqrt{2}kQ}{d}}\ \text{〔V〕}$$

(3)　$F=qE$　より　　$F=qE_C = \mathbf{\dfrac{\sqrt{2}kqQ}{2d^2}}$〔**N**〕

クーロンの法則
に戻るまでもない

正電荷だから，電場の向きと同じで，**x 軸の正の向き**。

(4) **外力の仕事＝位置エネルギー qV の変化** より

$$W_1 = qV_O - qV_C = \boldsymbol{\frac{(2-\sqrt{2})kqQ}{d}}\ \text{〔J〕}$$

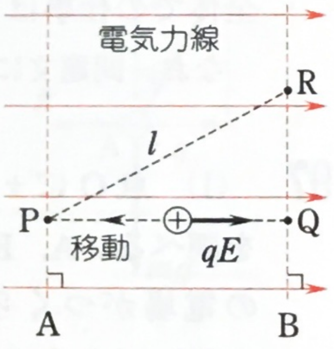
移動の途中，静電気力と外力はつり合い，大きさが等しく向きが逆だから，**静電気力の仕事＝－(外力の仕事)**が成りたち

$$W_2 = -W_1 = \boldsymbol{-\frac{(2-\sqrt{2})kqQ}{d}}\ \text{〔J〕}$$

(5) 静電気力のもとで自由に運動するときには，力学的エネルギー保存則 $\boldsymbol{\frac{1}{2}mv^2 + qV = 一定}$ を用いればよい。十分に時間がたつと q は無限遠点(電位0〔V〕)に達し，位置エネルギーは0となるので

$$0 + qV_C = \frac{1}{2}mv^2 + 0 \qquad \therefore \quad v = \sqrt{\frac{2qV_C}{m}} = \boldsymbol{\sqrt{\frac{2\sqrt{2}kqQ}{md}}}\ \text{〔m/s〕}$$

98 一様な電場は位置によらず $\vec{E}$ が一定で，電気力線で描くと平行で等間隔になる。電気力線に沿って d〔m〕離れた2点間の電位差は $\boldsymbol{V = Ed}$ と表せる。



(1) 面AとBはそれぞれ等電位面であり，電場(電気力線)は高電位側から低電位側に向くのでAの方が，つまり点**P**の方が電位が高い。AB間の電位差を調べればよく，

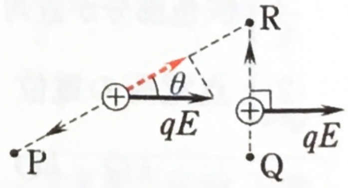
$$V = Ed = E \cdot PQ = \boldsymbol{El\cos\theta}\ \text{〔V〕}$$

(2) **静電気力のする仕事は移動の経路によらない**。よって，P←Q間の水平移動として計算すればよい。静電気力は $F = qE$ で一定であり，右向き。一方，移動は左向きだから仕事は負となり

$$W = -F \times PQ = \boldsymbol{-qEl\cos\theta}\ \text{〔J〕}$$

力が一定なので直接に求められる

別解 実際の経路に従うと，QR間は0，RP間は赤点線矢印の力が負の仕事をし，　$W = -qE\cos\theta \cdot l$



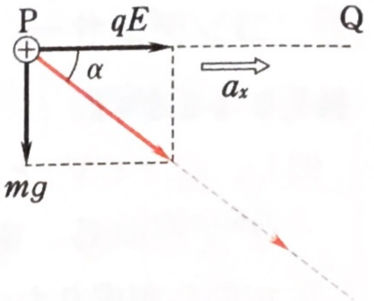
別解 面Bの電位を0とすると面Aの電位は＋V〔V〕

外力の仕事は　$W_{外力} = qV - q \times 0$

静電気力の仕事は符号を変えて

$$W = -W_{外力} = -qV = -qEl\cos\theta$$

(3) 運動を水平方向と鉛直方向に分解して考える。水平方向の加速度を a_x とすると，運動方程式 $ma_x = qE$ より　$a_x = qE/m$

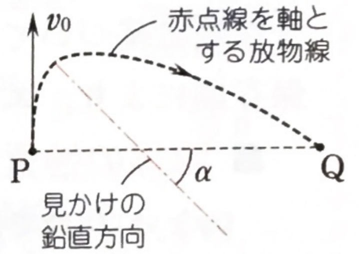


等加速度運動の公式❷より

$$l\cos\theta = \frac{1}{2}a_x t^2 \qquad \therefore\ t = \sqrt{\frac{2ml}{qE}\cos\theta}\ \text{〔s〕}$$

実際は重力との合力（赤矢印）による運動となる。初速が0で合力は一定なので，合力の向きに動き続け軌跡（赤点線）は**直線となる**。一種の「自由落下」で，合力が見かけの重力として働く。なお，$\tan\alpha = mg/qE$

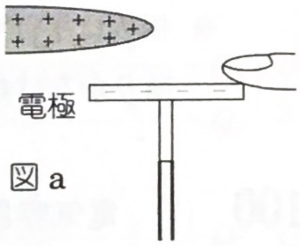
(4) 前問で求めた時間 t の間に鉛直方向の変位が0となればよいので（PとQは同じ高さ），公式❷より（鉛直は g での投げ上げ運動）



$$0 = v_0 t + \frac{1}{2}\cdot(-g)t^2$$

$$\therefore\ v_0 = \frac{1}{2}gt = \frac{g}{2}\sqrt{\frac{2ml}{qE}}\cos\theta\ \text{〔m/s〕}$$

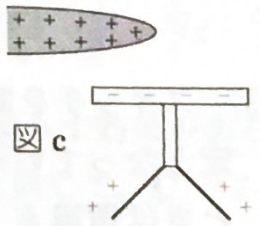
99　ガラス棒の正電荷に負電荷が引き寄せられる（**静電誘導**）。一方，正電荷は押しやられ，手と体を通して地面へ逃げる。はく上には電荷がなく，はくは閉じている（図a）。手を離してもこの状態のままだが，ガラス棒を遠ざけると，電極上にいた負電荷は全体に広がる（お互いに反発し合う）。つまり，はくは負に帯電して開く（図b）。したがって答は ①



図a

図b

問　ガラス棒を近づけると，正電荷ははくに押しやられ，はくは開く（図c）。ここで手を触れると，はく上の正電荷は地面へと逃げ，はくは閉じる。一方，電極上の負電荷はガラス棒の正電荷に引かれ動けない。つまり，図aの状態になる。以下は上と同じこと。結局，**開いていたはくは，手を触れると閉じ，手を離しても変化せず，ガラス棒を遠ざけると再び開く**。


図c

はじめ，ガラス棒を近づけていくと，はくの開きが大きくなっていくこと，図bでの開きは図cでの開きより小さいことも理解してほしい。

2 コンデンサー

KEY POINT コンデンサーの電気量 Q は極板間の電位差（電圧）V に比例し，$Q=CV$ と表される。高電位の極板に $+Q$ が，低電位の極板に $-Q$ が現れる。極板間には一様な電場 E〔N/C〕（または〔V/m〕）があり，$V=Ed$ が成りたつ※。

コンデンサー回路では，まず並列・直列公式を用いて，全体について解き，次に部分の調査に入る。その際，孤立部分の電気量保存（電荷保存則）に注意する。また，電位差を調べるには，「導体は等電位」（下記）という性質に基づいて考える。さらには，静電エネルギーを含めたエネルギー保存則により，エネルギーの出入りを考察させる問題も多い。

■ **導体の性質** 導体（金属）は自由電子をもつため，静電気（電流が流れていない）状態では次の性質をもつ。

内部の電場は 0　　全体は等電位（表面は等電位面）

電荷は表面に分布

※ 極板は平行で，間隔は狭い（極板の大きさに比べて狭い）ことが必要だが，とくに断りがなければそう考えてよい。

100 (1) 電気容量 C_0 は $C_0=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$　$\therefore$　$Q_0=C_0V_0=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}V_0$〔C〕

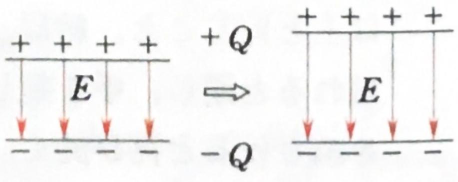
$V_0=E_0d$ より $E_0=\dfrac{V_0}{d}$〔V/m〕，〔N/C〕　$U_0=\dfrac{1}{2}C_0V_0^2=\dfrac{\varepsilon_0 S V_0^2}{2d}$〔J〕

(2) **スイッチを閉じているので，極板間の電位差（電圧）が一定**となっている。電気容量は極板間隔に反比例し，$\dfrac{1}{2}$ 倍になる。$Q=CV$ において V が一定で，C が $\dfrac{1}{2}$ 倍になるから，Q は $\dfrac{1}{2}$ 倍。

計算してもよいが，定性的に考えたい

$V=Ed$ において V が一定で，d が 2 倍になるから，E は $\dfrac{1}{2}$ 倍。

(3) **スイッチを開いているので，電気量 Q が一定**となっている（$Q=Q_0$）。**電気量 Q が一定のときは電場 E も一定**である（右図）。よって，電場は 1 倍。$V=Ed$ より E 一定のときは V は d に比例する。よって，電圧は 2 倍。



電気力線の密集度が同じだから電場は同じ

静電エネルギー $\dfrac{1}{2}QV$ において，Q 一定

で V が 2 倍になるから，**2 倍**。

別解 $Q=CV$ において，Q が一定で，C は(2)と同じく $\frac{1}{2}$ 倍になるので，V は 2 倍。次に $V=Ed$ より V と d が共に 2 倍になるので E は変わらず，1 倍。$Q^2/2C$ より Q 一定で C が $\frac{1}{2}$ 倍になるから，静電エネルギーは 2 倍。

解く道筋はいろいろある

(4) 誘電体を入れたとき(図 a)の電気容量 C は図 b のように真空部分 C_0 と誘電体部分 $2C_0$ の 2 つの直列として求めることができ(誘電体を入れる位置にはよらない)

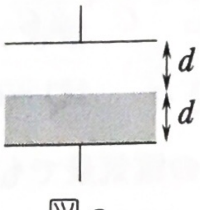


図 a

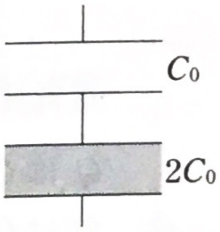


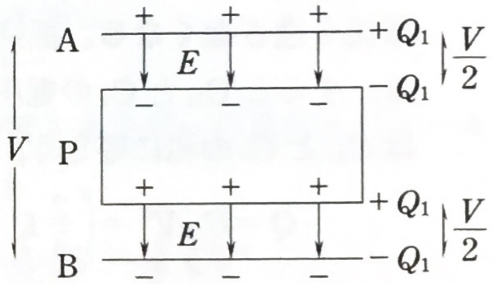
図 b

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_0}+\frac{1}{2C_0} \qquad \therefore\ C=\frac{2}{3}C_0$$

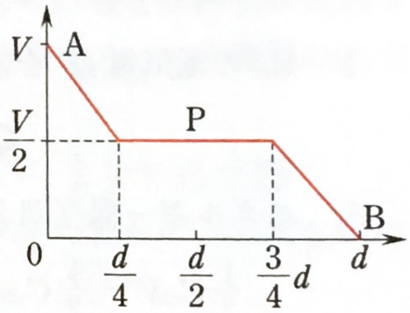
電気量は Q_0 なので　$Q_0=CV_1$　$\therefore\ V_1=\frac{Q_0}{C}=\frac{C_0V_0}{\frac{2}{3}C_0}=\frac{3}{2}V_0$〔V〕

101 (1) 電気量は　$Q_0=CV$

(2) スイッチが閉じられているので，AB 間の電位差は電池の V に等しい。P は静電誘導により帯電するが，P 全体は等電位であり(導体は等電位)，AP 間と PB 間の電位差は等しく $V/2$ である(電気量 Q_1 と間隔 $d/4$ が等しいから)。B が接地され，電位が 0 V であることからグラフは右のようになる。



アースは電位の基準点(0 V)を示すためのもので，回路を解くときは気にしなくてよい。



電位グラフの傾きは電場に等しいことも意識して見るとよい

(3) 金属板を入れると，その厚さ分だけ実質的に極板間隔を減らす効果がある。そこで図 2 での電気容量 C' は間隔 $d/2$ のコンデンサーと同じで，$C'=2C$ (容量は間隔に反比例)。電気量は　$Q_1=C'V=2CV$

AP 間のコンデンサー(容量 $4C$)と BP 間のコンデンサー(容量 $4C$)の直列とみて，合成容量 C' を求めてもよい。

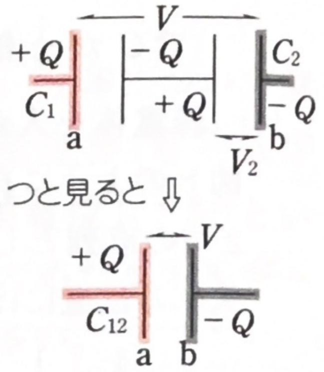
(4) スイッチを開いたので，Q_1 が不変となる。そして容量は C に戻る。

$Q_1 = CV'$ に前問の答えを代入すれば　　$V' = 2V$

(5)　エネルギー保存則より，外力のした仕事は静電エネルギーの変化に等しく

$$W = \frac{1}{2}C(2V)^2 - \frac{1}{2}(2C)V^2 = \boldsymbol{CV^2}$$

102　(1)　C_1 と C_2 は直列で，合成容量を C_{12} とすると



$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{2C} \qquad \therefore \quad C_{12} = \frac{2}{3}C$$

電気量 Q は　　$Q = C_{12}V = \boldsymbol{\frac{2}{3}CV}$　…①

Q は C_1 の電気量でもある。

(2)　Q は C_2 の電気量でもあり，C_2 の電圧を V_2 とすると

$$Q = (2C)V_2 \qquad \therefore \quad V_2 = \frac{Q}{2C} = \boldsymbol{\frac{1}{3}V}$$

全体を解いてから部分へ

別解　直列での電圧の比は電気容量の逆比となるので，V を $2C : C = 2:1$ に分配して求めてもよい。

(3)　S_2 を閉じると，しばらくの間電流が流れる(電気の移動が起こる)が，やがて充電が終わり電流は0となる。つまり，**十分に時間がたつとコンデンサーは電流を通さなくなる。**抵抗Rには電流が流れていないので，Rは等電位となる。すると C_{12} と C_3 の電圧は同じ V' になり，並列になる。その合成容量 C_{123} は C_{12} と C_3 の和に等しく，全電気量は Q だから

$$Q = C_{123}V' = \left(\frac{2}{3}C + 3C\right)V' = \frac{11}{3}C \cdot V'$$

静電気では導体は等電位。抵抗も導体

①の Q を代入することにより　　$V' = \boldsymbol{\frac{2}{11}V}$

(4)　C_{12} の電気量 Q' を求めればよく(直列をなす C_1 も C_2 も Q')

$$Q' = C_{12}V' = \frac{2}{3}C \cdot \frac{2}{11}V = \boldsymbol{\frac{4}{33}CV}$$

(5)　エネルギー保存則よりジュール熱は静電エネルギーの減少分に等しく

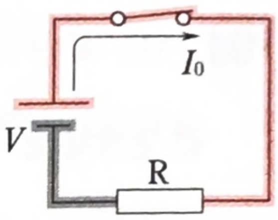
$$\frac{1}{2}C_{12}V^2 - \frac{1}{2}C_{123}V'^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}C\cdot V^2 - \frac{1}{2}\cdot\frac{11}{3}C\cdot\left(\frac{2}{11}V\right)^2 = \boldsymbol{\frac{3}{11}CV^2}$$

このように，後の静電エネルギーは $\frac{1}{2}C_{123}V'^2$ とすると早いが，

$$\frac{1}{2}C_{12}V'^2 + \frac{1}{2}C_3V'^2$$

としてもよい。

103 (1)　Sを閉じた直後，電流 I_0 が流れ始める。ただし，C の電気量は0のままであり，極板間の電位差も0である（$Q=0$ なら $Q=CV$ より $V=0$）。つまり，電気を蓄えていないコンデンサーは「導線」に置き換えて考えることができる（右図）。オームの法則より



［直後］

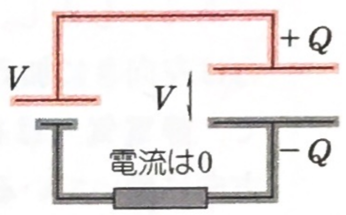
$$V=RI_0 \qquad \therefore\ I_0=\frac{V}{R}$$

(2)　やがて，充電が終わり，電流が0となって抵抗は等電位になる。そしてコンデンサーの電圧は電池の電圧（起電力）V に等しくなっている。よって　$\frac{1}{2}CV^2$

> $Q=CV$ の V は極板間電圧

このようにやがて抵抗は導線と同じになってしまう。そこで，最終状態だけを扱うときには，分かりやすさのため，抵抗を描かないことが多い（問題100，101など）。

(3)　電池がした仕事 W とは，電池が蓄えていた化学エネルギーを電気エネルギーに変換した分であり，



［やがて］

電池がした仕事＝通った電気量×起電力

電価×位置エネルギー

として求めることができる。いまの場合，電池を通った電気量は $Q=CV$ だから　$W=QV=CV^2$

(4)　エネルギー保存則より，電池がした仕事＝静電エネルギーの変化＋ジュール熱 の関係が成りたつ。ジュール熱を J とすると

$$W=\frac{1}{2}CV^2+J \qquad \therefore\ J=CV^2-\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}CV^2$$

(5)　電気量が一定だから，電場 E も一定。$V=Ed$ より，電圧は間隔に比例するので，$2V$ となる。$-Q$ をもつ下側極板の電位が0だから，Aの電位は正であり　$2V$

別解　容量が1/2倍になり，Q が一定なので，$Q=CV$ より V は2倍

(6)　エネルギー保存則より，外力がした仕事 $W_{外力}$ は静電エネルギーの変化に等しい。そこで

$$W_{外力}=\frac{1}{2}Q(2V)-\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}CV^2$$

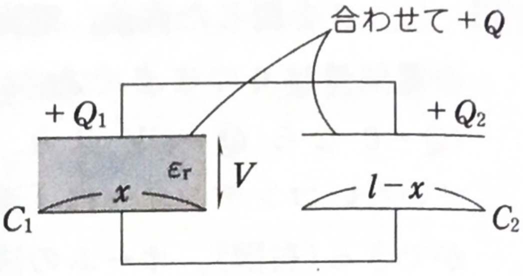
(7)　極板をゆっくりと移動させているので，外力の大きさは静電気力の大きさ F と等しく，$W_{外力}=Fd$ と表されるから

$$Fd=\frac{1}{2}CV^2 \qquad \therefore\ F=\frac{CV^2}{2d}$$

> 極板間引力が求められた

104 (1) $C=\dfrac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{d}$ を用い，求める容量を

C_1 とすると　$C_1=\dfrac{\varepsilon_r\varepsilon_0 lx}{d}$



(2) 求める容量 C_2 は　$C_2=\dfrac{\varepsilon_0 l(l-x)}{d}$

(3) C_1 と C_2 は並列となっているので

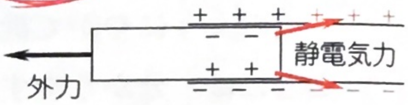
これと同じこと

$$C=C_1+C_2=\frac{\varepsilon_0 l}{d}\{l+(\varepsilon_r-1)x\}$$

(4) $U=\dfrac{Q^2}{2C}=\dfrac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 l\{l+(\varepsilon_r-1)x\}}$

(5) 上式から，U は x を増すと**減少**することが分かる（$\varepsilon_r>1$）。

(6) もしも，外力を右向きに加えていたとしたら，外力の仕事は正であり，その分 U が増すはずである。しかし，U は減少しているので，外力は左向きに加えていることになる。したがって，静電気力は右向き，つまり x が**増加**する方向に働いていることが分かる。



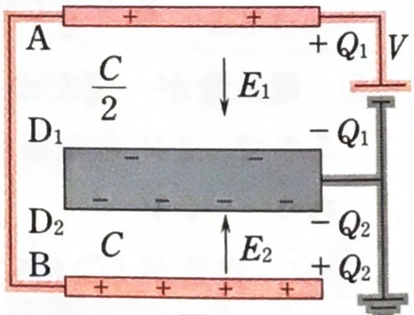
実態はこんな感じで，誘電体は赤の電荷に引かれている

(7) C_1 と C_2 の電圧 V は等しい。それぞれの電気量を Q_1 と Q_2 とすると，$Q_1=C_1V$，$Q_2=C_2V$ より電荷密度の比は

$$\frac{Q_1}{lx}:\frac{Q_2}{l(l-x)}=\frac{C_1}{lx}:\frac{C_2}{l(l-x)}=\varepsilon_r:1$$

105 (1) BD_2 間の電気容量は C であり，AD_1 間は極板間隔が2倍なので $C/2$ である。等電位の部分を赤と灰色で示すと右のようになり，電位差は V で共通である。そして電位の低い D_1，D_2 には負電荷が現れる。$Q_1=(C/2)V$ と $Q_2=CV$ より

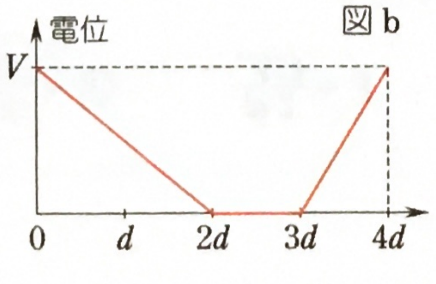
D_1：　$-\dfrac{1}{2}CV$　　　D_2：　$-CV$



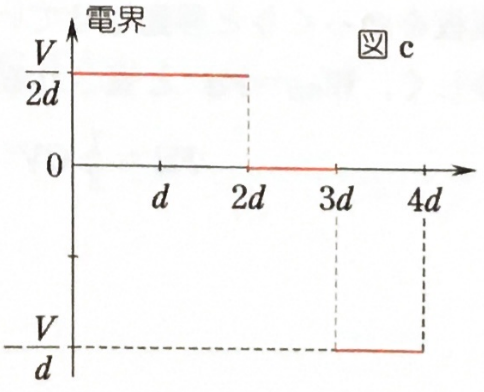
図a

等電位の所をしっかり確認

(2) 図aより，答えは図bのようになる。



図b

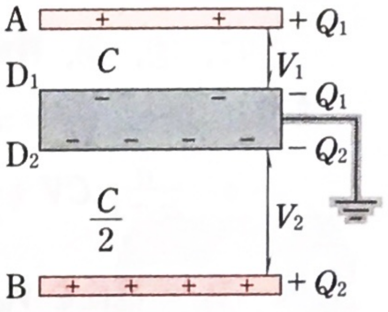


図c

(3) **$V=Ed$** より　$E_1=\dfrac{V}{2d}$　$E_2=\dfrac{V}{d}$

電界(電場)の向きは図aの矢印の向きだから，答えは図cのようになる。なお，**導体内の電場は0**にも注意。

(4) BとAが孤立し，$+Q_1$，$+Q_2$ が不変となる。そのため，向かい合う D_1，D_2 の電荷も不変。電気容量は AD_1 間が C，BD_2 間が $C/2$ となるので，電位差を V_1，V_2 とすると(図d)

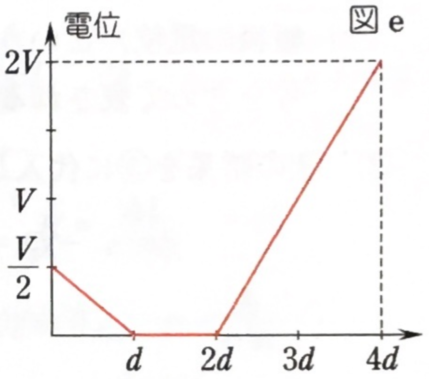


図d

$Q_1=CV_1$　より　$V_1=\dfrac{Q_1}{C}=\dfrac{1}{2}V$

$Q_2=\dfrac{C}{2}V_2$　より　$V_2=\dfrac{2Q_2}{C}=2V$

Dが0Vなので，答えは図eのようになる。

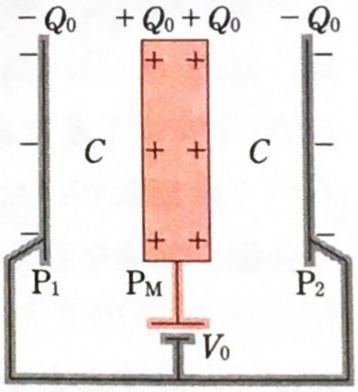


別解　「**Q 一定なら E 一定**」より E_1，E_2 は不変。$V_1=E_1d$，$V_2=E_2\cdot 2d$ として求めてもよい。

(5) エネルギー保存則より，外力の仕事 W は静電エネルギーの変化に等しい。図d，aでの静電エネルギーより

$$W=\left\{\frac{1}{2}C\left(\frac{V}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{C}{2}(2V)^2\right\}-\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{C}{2}\cdot V^2+\frac{1}{2}CV^2\right)=\boldsymbol{\frac{3}{8}CV^2}$$

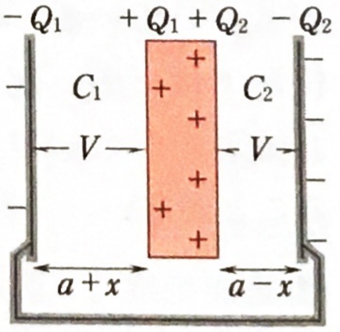
106 (1) P_M の左面は $+Q_0$ に帯電している。右半分 P_MP_2 間も同じ電位差，電気容量(C とする)だから，P_M の右面にも $+Q_0$ が現れている。よって，P_M 全体では　**$+2Q_0$**



なお，P_MP_1 間，P_MP_2 間ともに電位差は V_0 に等しく

$$Q_0=CV_0\quad\cdots①$$

(2) Sが開かれ，P_M が孤立する。**孤立部分の電気量保存**より P_M 全体では $+2Q_0$ だから右図において



$$Q_1+Q_2=2Q_0\quad\cdots②$$

P_1P_M 間の容量 C_1 は

$$C_1=\frac{\varepsilon S}{a+x}=\frac{a}{a+x}\cdot\frac{\varepsilon S}{a}=\frac{a}{a+x}C$$

同様にして，$C_2 = \dfrac{a}{a-x}C$ であり，電位差 V は等しいので

（色づけから電位差 V が等しいことが分かる）

$$Q_1 = C_1V = \frac{a}{a+x}CV \quad \cdots③ \qquad Q_2 = C_2V = \frac{a}{a-x}CV \quad \cdots④$$

②に，③，④，①を代入すると(P_M は高電位側なので電位差 V は電位でもあり)

$$\frac{a}{a+x}CV + \frac{a}{a-x}CV = 2CV_0 \quad \cdots⑤ \qquad \therefore \quad V = \boldsymbol{\frac{a^2-x^2}{a^2}V_0}$$

別解　P_M の電位を V_M とすると，孤立部分 P_M の電気量保存より

$C_1(V_M - 0) + C_2(V_M - 0) = 2Q_0$　　これは⑤と同等になっている。

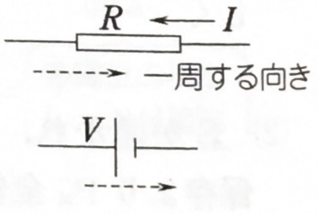
この方法は，[ある極板上の電気量] = C ×(その極板の電位－向かい合う極板の電位）という関係に基づいている。こうして，極板上の電気量は符号を含めて表される。

(3)　(2)の結果を③に代入し，①を用いる。P_1 の電荷は $-Q_1$ だから

$$-Q_1 = -\frac{a}{a+x}\cdot\frac{Q_0}{V_0}\cdot\frac{a^2-x^2}{a^2}V_0 = \boldsymbol{-\frac{a-x}{a}Q_0}$$

3　直流回路

KEY POINT　オームの法則 $V = RI$ と抵抗の直列・並列公式で解くことをまず試みる。複雑な回路ではキルヒホッフの法則を用いる。その原点は，**抵抗 R では高電位側から低電位側に電流 I が流れ，RI だけ電位が下がる**ことにある。電流の設定は，向きを含めて適当でよいが，なるべく未知数が少なくてすむようにするとよい（「水の流れのイメージ」で合流，分流を考える）。第 2 法則では，適当な閉回路を考え，**一周する向きと電位の上がり・下がりを意識する。**第 2 法則は「一周すると電位は元の値に戻る」という事実に基づいている。右のようなケース(逆行)では，電位降下は $-RI$，起電力は $-V$ となる。また，「**電流が流れていない抵抗は等電位**」がキーポイントとなることが多い。



■ 合成抵抗　　**直列：** $R = R_1 + R_2 + \cdots$　　**並列：** $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \cdots$

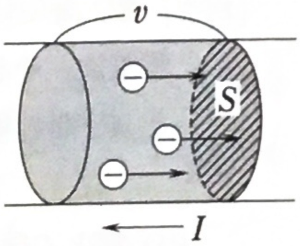
107 (1) 一様電場(電界)についての $\boldsymbol{V=Ed}$ より $V=El$ $\therefore$ $E=\dfrac{V}{l}$

(2) $\boldsymbol{F=qE}$ より $F=eE=e\dfrac{V}{l}$

電場の向きは高電位側から低電位側への向きとなるので，ここでは左向き。電子の電荷は負だから，電子は右向きの静電気力 F を受け，右へ動く。

(3) **等速度は力のつり合い**より $kv=e\dfrac{V}{l}$ $\therefore$ $v=\dfrac{eV}{kl}$ …①

(4) 電流は，ある断面を1s間に通過する電気量のこと。



右の斜線部を1s間に通り抜ける電子は v〔m/s〕×1〔s〕$=v$〔m〕の範囲(灰色部)の電子であり，その数 N は $N=n\times(Sv)$ よって

$$I=eN=\boldsymbol{enSv} \quad \cdots②$$

(5) ②の v に①を代入して整理すると $V=\dfrac{kl}{e^2nS}I$

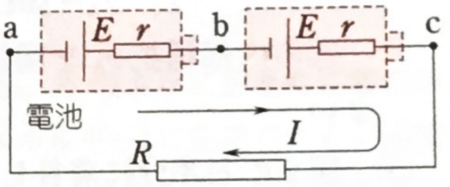
〔A〕=〔C/s〕だ。電流の向きと電子の動きは逆向き

こうして，電圧 V と電流 I が比例するというオームの法則 $\boldsymbol{V=RI}$ が導けたことになる。そして， $R=\dfrac{\boldsymbol{kl}}{\boldsymbol{e^2nS}}$ …③

(6) ③から抵抗値 R は $\boldsymbol{R=\rho\dfrac{l}{S}}$ と表されることも分かり， $\rho=\dfrac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{e^2n}}$

抵抗率 ρ は材質で決まる定数。S，l は形状による部分で，**抵抗値は長さに比例し，断面積に反比例する**ことが示されている。

108 (1) 右図のような回路となる。



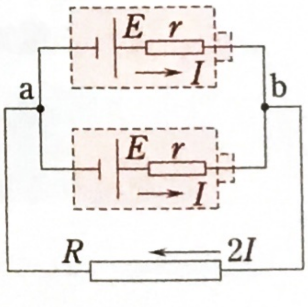
電流を I とすると

$$E+E=rI+rI+RI \quad \therefore \quad I=\frac{2E}{R+2r}$$

端子電圧はab間(あるいはbc間)の電位差で，電位は起電力 E だけ上がり，内部抵抗で rI 下がるから $E-rI=\dfrac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{R+2r}}\boldsymbol{E}$

電池は E と r に役割を分ける。E と r の左右は関係なし。3つの抵抗は直列とみてもよい

(2) 1つの電池を流れる電流を I とすると，R には $2I$ が流れるから，キルヒホッフの法則より



$$E=rI+R\cdot 2I \quad \therefore \quad I=\frac{E}{r+2R}$$

端子電圧，つまりab間の電位差は(どちらかの電池に注目し) $E-rI=\dfrac{\boldsymbol{2R}}{\boldsymbol{2R+r}}\boldsymbol{E}$

109 (1) I_1 と 1 mA が合流して 3 mA になっているから　　$I_1 = \mathbf{2\ mA}$

(2) A→C→D の電位降下は　　$2\times2+1\times3=\mathbf{7\ V}$

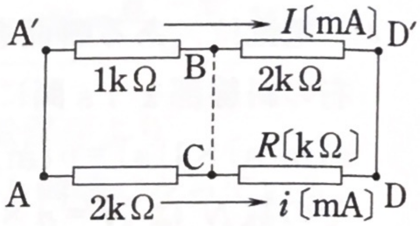
(3) 前問の 7 V は A→B→C→D での電位降下でもあるから　　$1\times I_2+1\times1+1\times3=7$　　∴ $I_2=\mathbf{3\ mA}$

BD 間の 2 kΩ には 2 mA が流れていることも分かる。

> $V=RI$ は〔V〕=〔kΩ〕×〔mA〕として用いてもよい

(4) ホイートストンブリッジ回路だから　　$\frac{1}{2}=\frac{2}{R}$　　∴ $R=\mathbf{4\ k\Omega}$

別解　BC 間には電流が流れていないので，BC 間は等電位。そして電流は右のように流れる。A′B 間と AC 間の電位差が等しいので



$$1\times I=2\times i \quad \cdots①$$

BD′ 間と CD 間の電位差が等しいので　$2\times I=Ri$　…②

①÷②と辺々で割れば，I，i は消え，$\frac{1}{2}=\frac{2}{R}$

> 公式の証明にもなっている

110 (1) もつれたひもをほどくように，解ける所から解いていく。まず図 2 に目を向ける。右図 a のように，電圧計の値は E の起電力そのものである。よって

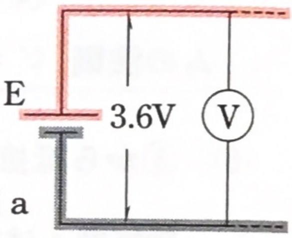


図 a

$$E=\mathbf{3.6\ V}$$

(2) 図 1 の左半分に着目して(図 b)

$$3.6=r_A\times5\times10^{-3}+3.5$$

$$\therefore \quad r_A=\mathbf{20\Omega}$$

Ⓐの内部抵抗 r_A を図示して考えるとよい。

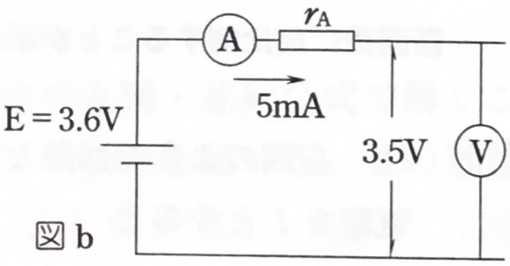


図 b

(3) 図 2 の右半分に着目して(図 c)

$$3.6=(20+R)\times4.8\times10^{-3}$$

$$\therefore \quad R=\mathbf{730\Omega}$$

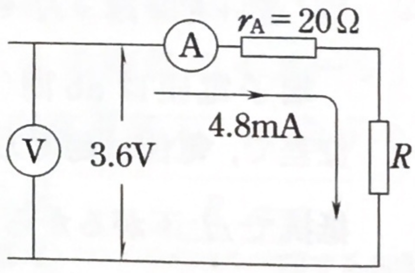


図 c

(4) 図 1 の右半分に着目する(図 d)。

$R=730\Omega$ には 3.5 V がかかっているから，流れる電流 I_R〔mA〕は

$$3.5=730\times I_R\times10^{-3} \qquad \therefore \quad I_R=\frac{350}{73}\ \text{mA}$$

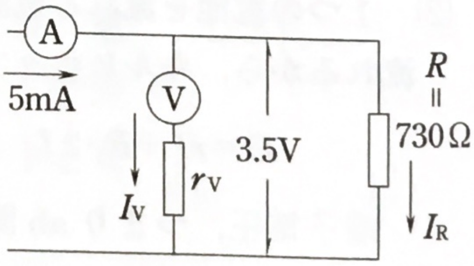


図 d

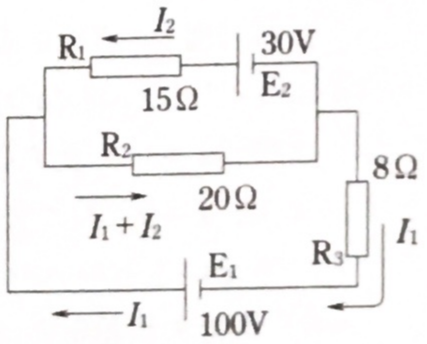
Ⓥを流れる電流 I_V は

$$I_V=5-I_R=\frac{15}{73}\ \text{mA}$$

Ⓥ自身での電位降下より　　$3.5=r_V\times\frac{15}{73}\times10^{-3}$　　∴ $r_V \fallingdotseq \mathbf{1.7\times10^4\ \Omega}$

電圧計の値はRにかかる電圧を表しているが，電圧計を流れる電流による電位降下でもある点がポイント。ついでながら，問題文にとくに断りがなければ，電圧計や電流計は理想的なものとして扱う(Ⓥの内部抵抗は無限大で電流を通さない。Ⓐの内部抵抗は0で導線と同じ)。

111 (1)　R_2，R_3 に流れる電流は右図のようになる。



(ア)　$\mathbf{100 = 20(I_1 + I_2) + 8 I_1}$　……①

(イ)　R_1 と 30 V で逆行になっているので

$\mathbf{100 + (-30) = -15 I_2 + 8 I_1}$　…②

(2)　①，②より　$I_1 = 5$〔A〕　$I_2 = -2$

$I_2 < 0$　より　E_2 を右向きに **2〔A〕**

なお，$E_2 \to R_1 \to R_2 \to E_2$ の閉回路については

$30 = 15 I_2 + 20(I_1 + I_2)$

①や②は，**1周すると元の電位に戻る**ことに基づく

これと①の連立で解くと逆行はなくてすむ。　また，キルヒホッフの法則を用いるときの電流の設定の仕方は任意である(たとえば，I_2 を右向きに設定してもよい。そのときは R_2 を流れる電流は右向きで $I_1 - I_2$ とおくことになる)。

(3)　RI^2 を用いる。　$P = 15 I_2^2 + 20(I_1 + I_2)^2 + 8 I_1^2$

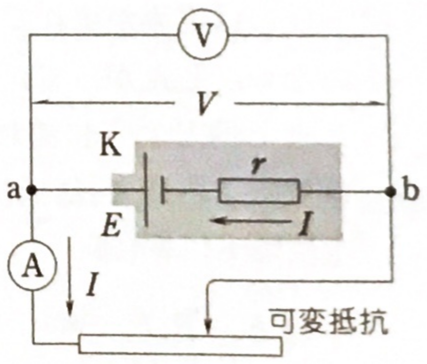
$= 15 \times 2^2 + 20 \times (5-2)^2 + 8 \times 5^2 = \mathbf{440}$〔W〕

(4)　電池の供給電力は，起電力を V，流れる電流を I として，VI と表される。

$Q = E_1 I_1 = 100 \times 5 = \mathbf{500}$〔W〕

(5)　**電池 E_2 の充電にエネルギーが使われているから。** E_2 のように正極側に電流が入るときには電気エネルギーが化学エネルギー(や熱エネルギー)に変換される。充電電力は $E_2 \cdot |I_2| = 30 \times 2 = 60$〔W〕であり，$Q - P$ に等しく，エネルギー保存則が成りたっている。

112　実際の回路は右のようになっている。ab 間に注目すると　$V = E - rI$　…①



a→Ⓥ→b→a の閉回路について $E = V + rI$ としてもよい。①から V-I グラフは直線で，V 軸の切片が E を，傾き(の絶対値)が r を表すことが分かる。

なお，ここでの V は電池の端子電圧でもあり，可変抵抗での電位降下でもある。

(1), (2)　図1の直線の方程式は

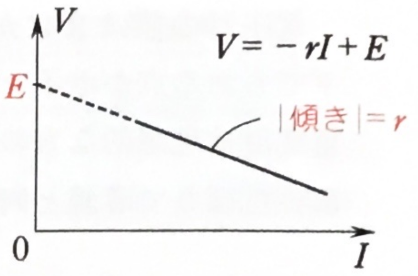
$$V-1.5=\frac{1.5-1.0}{0.2-1.2}(I-0.2)$$

$$\therefore\quad V=-0.5I+1.6\quad\cdots②$$

①と対応させてみると

$$E=\mathbf{1.6}〔\mathrm{V}〕\qquad r=\mathbf{0.50}〔\Omega〕$$

E は，図1の直線を延長して V 軸切片を調べるのがふつうだが，今の場合は正確さに欠ける。



有効数字は2けた

(3)　②で，$I=1.0$ とすると　　$V=\mathbf{1.1}〔\mathrm{V}〕$

(4)　②で，$I=0.20$ とすると　　$V=1.5〔\mathrm{V}〕$　　AB間での消費電力は公式 VI を用いると早い。　　$P=VI=1.5\times0.20=\mathbf{0.30}〔\mathrm{W}〕$

別解　電池の供給電力は EI だが，電池内部で rI^2 だけ消費されるので

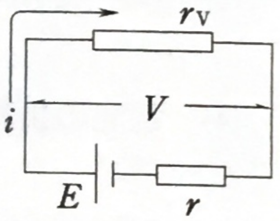
$$P=EI-rI^2=1.6\times0.20-0.50\times0.20^2=0.30〔\mathrm{W}〕$$

AB間の合成抵抗を R_{AB} とすると，直列・並列公式を用いて

$$\frac{1}{R_{AB}}=\frac{1}{10+R}+\frac{1}{12}\qquad\therefore\quad R_{AB}=\frac{12(10+R)}{22+R}$$

$P=R_{AB}I^2$ より　　$0.30=\dfrac{12(10+R)}{22+R}\times0.20^2$　　$\therefore\quad R=\mathbf{10}〔\Omega〕$

113　図1では電池の起電力が正確には測れない。起電力を正確に測るための装置が図2の「電位差計」である。



Vは端子電圧

(1)　電流を i とすると　　$E=V+ri\quad\cdots①$

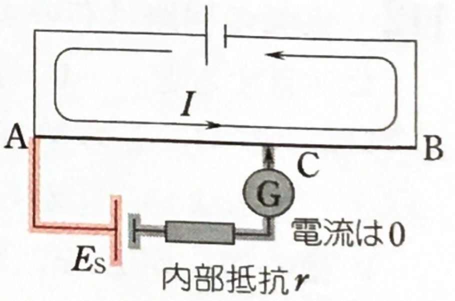
一方，電圧計での電位降下が V だから

$$V=r_Vi\quad\cdots②$$

①，②より i を消去すると　　$V=\dfrac{r_V}{r_V+r}E$

当然のことながら，$r=0$ なら V は E に等しい。また，$r_V\gg r$ なら $V\fallingdotseq(r_V/r_V)E=E$ となり，V はほぼ E に等しい。

(2)　Gには電流が流れていないので E_S にも流れていない。したがって，電流は S_1 が開かれていたときと同じように流れ，値も I のままである。電位差 E_S は，内部抵抗 r に関係なく，AC間の電位降下に等しい。



$$E_S=R_SI\quad\cdots③\qquad\therefore\quad R_S=\frac{E_S}{I}$$

赤と灰色の差こそ E_S に等しい

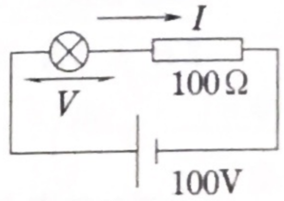
電流0
→ 抵抗による電位降下なし。

(3)　(2)と同様で，r による電位降下はなく，E はAC間電位差に等しい。

$$E=RI \quad \cdots④ \qquad \frac{④}{③} より \quad E=\frac{R}{R_s}E_s$$

実際には，抵抗値そのものではなく，AC間の長さ l を測定して，$E=(l/l_s)E_s$ のように求めることになる。AB間は一様な抵抗線なので，抵抗値は長さに比例するからである。

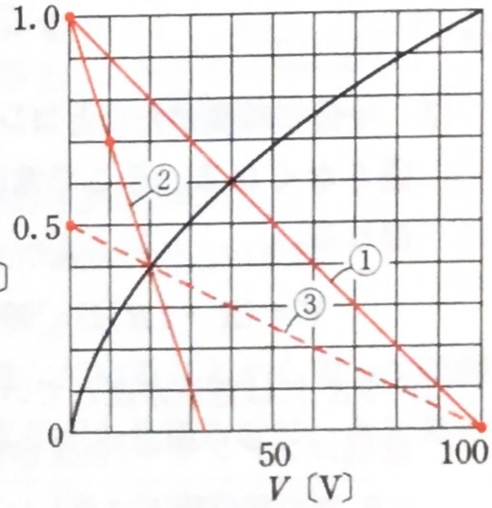
114　図1(特性曲線)を生かすために，電球にかかる電圧を V，流れる電流を I とし，V と I の関係式をキルヒホッフの法則からつくる。その関係を図1に描けば，特性曲線との交点が V，I の答えとなる。



(1)，(2)　右上図より　$100=V+100I$　…①

V は I の1次式だから直線のグラフになる。分かりやすい2点(たとえば $I=0$ で $V=100$，$V=0$ で $I=1$)をマークして結べばよい(赤線①)。図より交点は

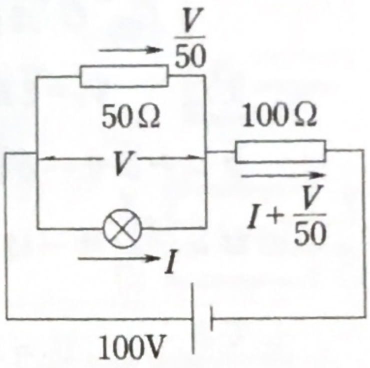
$V=\mathbf{40}$〔V〕　$I=\mathbf{0.6}$〔A〕



(3)　$VI=40\times0.6=\mathbf{24}$〔W〕

(4)　Lと並列になっている50Ωの電圧も V だから，50Ωを流れる電流は $V/50$〔A〕と表せる(右図)。したがって

$$100=V+100\left(I+\frac{V}{50}\right)$$
$$=3V+100I \quad \cdots②$$



やはり直線グラフとなり(赤線②)，交点は

$V=20$，$I=0.4$　　抵抗 R は，オームの法則

$V=RI$　より　　$R=\dfrac{V}{I}=\dfrac{20}{0.4}=\mathbf{50}$〔Ω〕

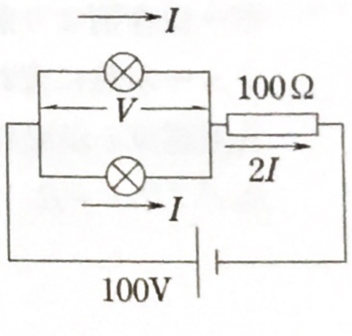
(5)　$I+\dfrac{V}{50}=0.4+\dfrac{20}{50}=\mathbf{0.8}$〔A〕

(6)　右図より　　$100=V+100\times2I$　…③

グラフは赤点線で表され，交点は $V=20$，$I=0.4$

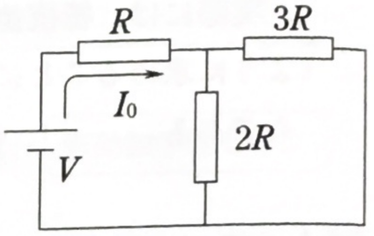
電池には $2I=2\times0.4=0.8$〔A〕が流れているので，

供給電力は　　100〔V〕×0.8〔A〕=**80**〔W〕　これは全消費電力に等しい。直接，$VI\times2+100\times(2I)^2$ として求めてもよい。



なお，抵抗での消費電力はすべて熱(ジュール熱)になるが，電球の場合は一部が光のエネルギー(残りは熱)になっている。VI はその全量を表している。

115 (1) スイッチを閉じた直後のコンデンサーの電気量は0のままであり，電圧も0($Q=0$ なら $Q=CV$ より $V=0$)。したがって，コンデンサーは「導線」に置き換えて考えることができ，右図を解けばよい。



コンデンサーの電気量はパッと変わることはない

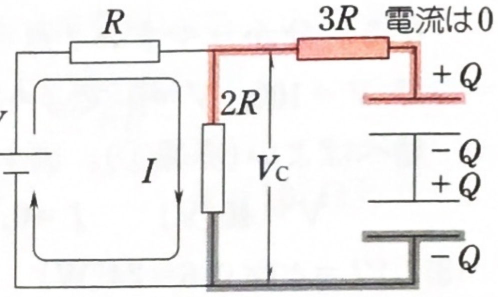
$2R$ と $3R$ は並列であり，合成抵抗 R_{23} は

$$\frac{1}{R_{23}}=\frac{1}{2R}+\frac{1}{3R} \qquad \therefore \quad R_{23}=\frac{6}{5}R$$

これに R が直列になっているので

$$V=\left(R+\frac{6}{5}R\right)I_0 \qquad \therefore \quad I_0=\boldsymbol{\frac{5V}{11R}}$$

(2) **十分に時間がたつとコンデンサーは電流を通さなくなる**。そこで電流 I が右のように流れる。



$$V=(R+2R)I \qquad \therefore \quad I=\boldsymbol{\frac{V}{3R}}$$

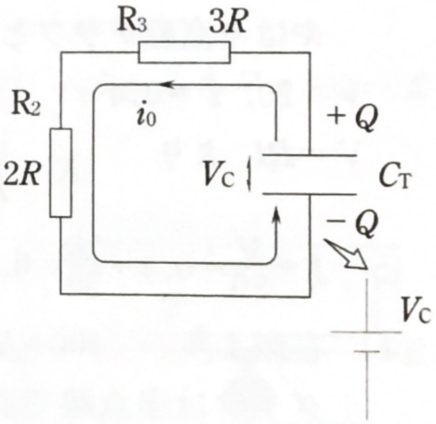
(3) $3R$ には電流が流れていないので等電位。直列コンデンサー(合成容量 C_T)の電圧 V_C は $2R$ での電位降下に等しい。

コンデンサーの電圧は，等電位の所をたどり，抵抗での電位降下に目を向ける

$$\frac{1}{C_T}=\frac{1}{C}+\frac{1}{3C} \qquad \therefore \quad C_T=\frac{3}{4}C$$

また $\quad V_C=2R\cdot I=\frac{2}{3}V \qquad \therefore \quad Q=C_TV_C=\frac{3}{4}C\cdot\frac{2}{3}V=\boldsymbol{\frac{1}{2}CV}$

(4) コンデンサーが放電を始める。Sを開いた直後のコンデンサーは電圧 $V_C\left(=\frac{2}{3}V\right)$ の電池とみなしてよく $\quad V_C=(2R+3R)i_0 \qquad \therefore \quad i_0=\boldsymbol{\frac{2V}{15R}}$



やがてコンデンサーは完全に放電する。エネルギー保存則より静電エネルギーが2つの抵抗でのジュール熱に変わる。その間 R_2 と R_3 にはたえず共通電流 i が流れるので，消費電力の比は $R_2i^2 : R_3i^2=R_2 : R_3=2:3$ で一定。結局，ジュール熱もこの比で発生する。

$$\therefore \quad J=\frac{1}{2}C_TV_C^2\times\frac{3}{2+3}=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}C\left(\frac{2}{3}V\right)^2\times\frac{3}{5}=\boldsymbol{\frac{1}{10}CV^2}$$

116 (1)(ア)　コンデンサーは電流を通さなくなり，右のように電流 I が流れる。

$$100=(20+30)I \qquad \therefore\ I=\mathbf{2}〔\mathrm{A}〕$$

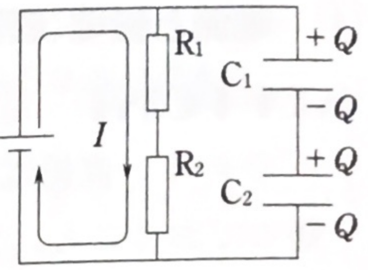


図 a

(イ)　C_1，C_2 は直列で，合成容量を C とすると

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{20}+\frac{1}{30} \qquad \therefore\ C=12〔\mu\mathrm{F}〕$$

$$Q=CV=12\times100=\mathbf{1200}〔\mu\mathrm{C}〕$$

$Q=CV$ は
〔μC〕=〔μF〕×〔V〕
としてもよい

(2)　やはり電流 I が図 a のように流れる。C_1 の電圧 V_1 は R_1 での電位降下に等しく

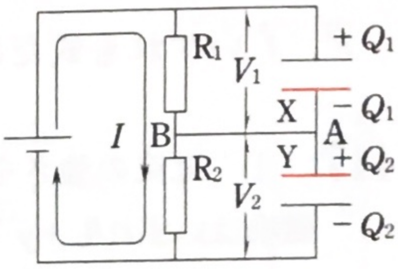


図 b

$$V_1=R_1I=20\times2=40〔\mathrm{V}〕$$

C_1 の電気量は　$Q_1=C_1V_1=20\times40=800〔\mu\mathrm{C}〕$

同様に，C_2 の電圧 V_2 は R_2 での電位降下に等しく C_2 の電気量は

$$Q_2=C_2V_2=C_2(R_2I)=30\times(30\times2)=1800〔\mu\mathrm{C}〕$$

赤色の極板 X と Y の合計電気量は図 a では 0 であったが，いまは

$$-Q_1+Q_2=-800+1800=\mathbf{1000}〔\mu\mathrm{C}〕$$

これが S_2 を通ってきた分である。しかも増加していることから **B→A の向き**の移動と決まる。X と Y の間で電気のやり取りがあり得るので，合計量を追うのがポイント。

(3)(ア)　電流が 0 になるので，抵抗は等電位となる。そこで分かりやすく導線に置き換えて図示したのが図 c。これは図 d と同じで C_1 と C_2 は並列になっている。X と Y の合計電気量が正（$+1000\,\mu\mathrm{C}$）なので，XY が陽極板。

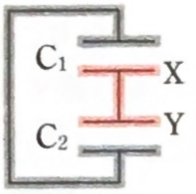
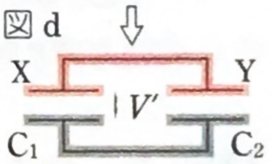
図 c


図 d


電圧を V' とすると（それは A の電位にも等しい）

$$1000=(20+30)V' \qquad \therefore\ V'=\mathbf{20}〔\mathrm{V}〕$$

(イ)　C_1：　$C_1V'=20\times20=\mathbf{400}〔\mu\mathrm{C}〕$

C_2：　$C_2V'=30\times20=\mathbf{600}〔\mu\mathrm{C}〕$

C_1 と C_2 はもはや直列ではない。
導線部はゴムひものように伸び縮みさせてみる

(ウ)　静電エネルギーの減少分に等しいから

$$\left(\frac{1}{2}C_1V_1^2+\frac{1}{2}C_2V_2^2\right)-\frac{1}{2}\left(C_1+C_2\right)V'^2$$

$$=\frac{1}{2}\times20\times10^{-6}\times40^2+\frac{1}{2}\times30\times10^{-6}\times60^2-\frac{1}{2}(20+30)\times10^{-6}\times20^2$$

$$=\mathbf{6\times10^{-2}}〔\mathrm{J}〕$$

4 電流と磁場(磁界)

KEY POINT **電流が流れると，まわりに磁場(磁界) $\vec{H}$ ができる。**直線電流，円電流，ソレノイドの3つについて知っておくこと。また，**電流が磁場中で流れると，電流は力(電磁力) $F=IBl$ を受ける。**電磁力の原因は電子が受けるローレンツ力である。一般に，**荷電粒子が磁場中で動くと，ローレンツ力 $f=qvB$ を受ける。**以上の $\vec{H}$，$\vec{F}$，$\vec{f}$ いずれも式だけでなく，向きまで決められるように。

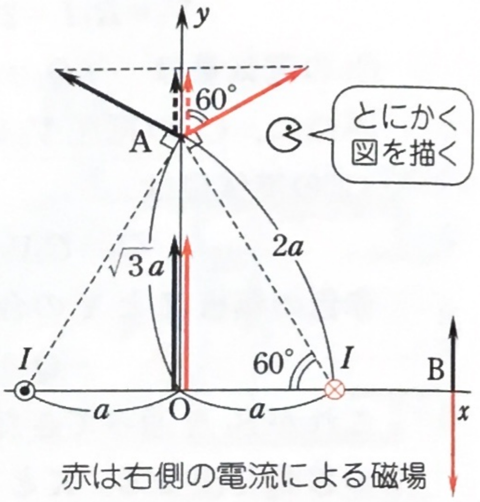
117 (1) 電流の強さを I とすると，点Oでの磁場はいずれも $+y$ 方向だから

$$H_0=\frac{I}{2\pi a}\times 2=\frac{I}{\pi a}$$

点Aは電流から $2a$ 離れ，y 方向成分(点線)の和が合成磁場 H_1 となるから

$$H_1=\frac{I}{2\pi\cdot 2a}\cos 60^\circ\times 2$$

$$=\frac{I}{4\pi a}=\frac{1}{4}H_0$$



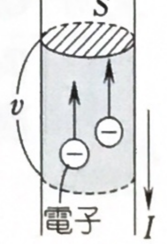
赤は右側の電流による磁場

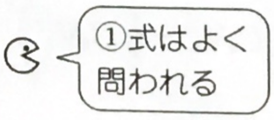
(2) それぞれの電流による点Bでの磁場は逆向きとなる。合成磁場はその差となり，H_1 に等しいことから $\dfrac{I}{2\pi(x-a)}-\dfrac{I}{2\pi(x+a)}=\dfrac{I}{4\pi a}$

$\therefore\ x^2=5a^2 \qquad \therefore\ (\sqrt{5}a,\ 0)$

なお，$0<x<a$ では，右側の電流がつくる磁場は $H_0/2$ より大きく，しかも左側の電流も同じ向きの磁場をつくるので，$H_0/4$ となることはない。

118 (1) 電流 I は，導線の1つの断面を1s間に通過する電気量である。電子は1s間に $v\times 1$〔m〕移動するので，右図で灰色部の電子が通り抜ける。その体積は Sv で，電子の数は $n\cdot Sv$
よって　　$I=enSv$ …①

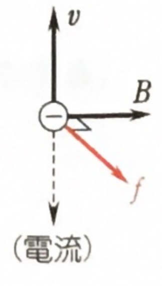




(2) $f=qvB$ より　　$f=evB$

(3) **ローレンツ**

(4) 負の粒子だから，速度と逆向きに電流(点線)を考え，電磁力の向きを調べればよい。**紙面に垂直で裏から表への向き(手前向き)**となる。



(5)　導線の体積は Sl だから，電子の総数 N は　$N = \boldsymbol{nSl}$

(6)　1つ1つの電子が受けるローレンツ力の総和が電磁力となるのだから

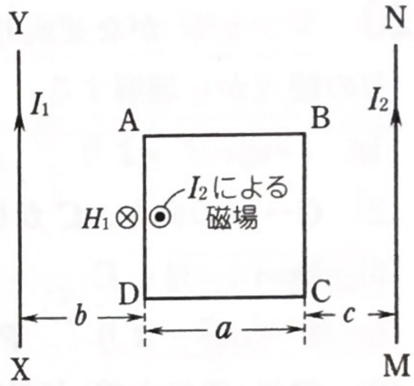
$$F = Nf = nSl \cdot evB = \boldsymbol{enSlvB}$$

(7)　①を用いると　$F = \boldsymbol{IBl}$　（公式が導かれた）

(8)　(4)と同じで，**紙面に垂直で裏から表への向き**(**手前向き**)

実際，$\vec{I}$ と $\vec{B}$ から，電磁力 $\vec{F}$ の向きを確かめてみるとよい。$F = IBl$ から出発して $f = qvB$ （$f = evB$）を導くという逆ルートの出題もある。いずれにしても，$I = enSv$ が両者の連結に必要。

119　(1)　$H_1 = \boldsymbol{\dfrac{I_1}{2\pi b}}$　…⊗向きの磁場



(2),(3)　⊙向きの磁場をつくるために，**M から N** の向きに I_2 を流す。

$$\frac{I_1}{2\pi b} = \frac{I_2}{2\pi(a+c)} \qquad \therefore \quad \frac{I_2}{I_1} = \boldsymbol{\frac{a+c}{b}}$$

(4)　BC 上では I_2 による⊙向きの磁場が勝るので，合成磁場 H_{BC} は

$$H_{BC} = \frac{I_2}{2\pi c} - \frac{I_1}{2\pi(b+a)}$$

$$= \frac{I_1}{2\pi}\left(\frac{a+c}{bc} - \frac{1}{a+b}\right) = \boldsymbol{\frac{a(a+b+c)}{2\pi bc(a+b)}} \cdot I_1$$

(5)　AD 上の磁場は 0 なので，BC 間の電流 i が力 F を受ける。

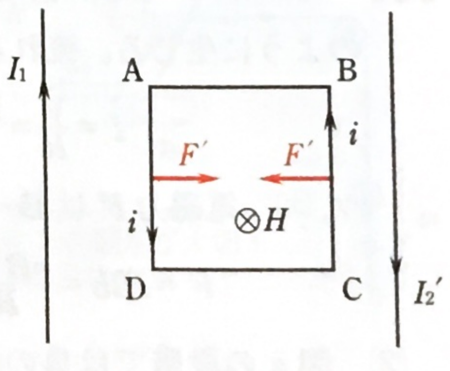
$$F = i \cdot \mu H_{BC} \cdot a = \boldsymbol{\frac{\mu a^2(a+b+c)i}{2\pi bc(a+b)}} \cdot I_1$$

（μを忘れないように）

なお，辺 AB と CD での電磁力は逆向きで，同じ大きさなのでつり合っている。

(6)　合成磁場は，I_2 による分が強く，⊙向きである。電流 i は C→B の向きなので，F は **MN に近づく向き**となる。

(7)　コイルの位置では⊗向きの磁場ができ，辺 AD と BC での電磁力の向きは逆向きとなる。その大きさ F' が等しくなるためには，AD と BC での磁場が等しくなればよいので，求める電流を I_2' とすると



$$\frac{I_1}{2\pi b} + \frac{I_2'}{2\pi(a+c)} = \frac{I_1}{2\pi(b+a)} + \frac{I_2'}{2\pi c}$$

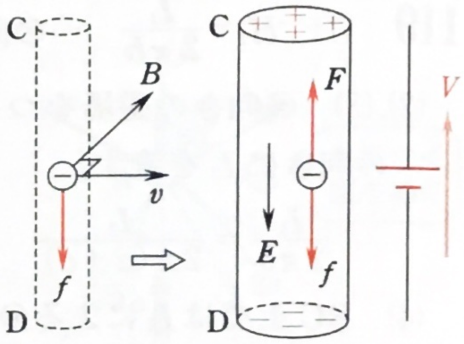
$$\therefore \quad \frac{a}{b(b+a)} I_1 = \frac{a}{c(a+c)} I_2' \qquad \therefore \quad \frac{I_2'}{I_1} = \boldsymbol{\frac{c(a+c)}{b(a+b)}}$$

5 電磁誘導

KEY POINT 磁場中を動く導体棒は‘1つの電池’とみなせる。その電圧(誘導起電力)は $V = vBl$ と表せる。その向きも決められること。

電磁誘導による現象のすべては，ファラデーの電磁誘導の法則 $V = -N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ に従う。誘導起電力の向きは磁束の変化を妨げる電流の向きとして決める。 vBl にしろ，ファラデーにしろ，電池に置き換えれば，直流回路の問題(キルヒホッフの法則)に帰着する。

120 $V = vBl$ がなぜ成り立つかをローレンツ力の観点から理解する。



(1) $f = qvB$ より $f = evB$

(2) **C→D の向き，C から D への向き**

(3) **D** (4) **C**

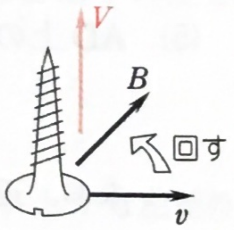
(5) $F = qE$ より $F = eE$

(6) 電場(電気力線)が下向きなので，負の電子は上向きの静電気力 F を受ける。したがって， **反対，逆**

(7) $F = f$ となると電子の移動が終わる。 $eE = evB$ より $E = vB$

(8) +(正電荷)が現れる **C** 端の方が電位が高い。 (9) **D**

(10) 一様電場ができるので $V = Ed$ より $V = El = vBl$



誘導起電力 V の向きの決め方はいろいろあるが，導体棒を右ねじとみて，$\vec{v}$ から $\vec{B}$ の向きへねじを回し，ねじが進む向きとする方法が早い。公式は vBl の順で覚えておく。

121 (1)(ア),(イ) BC に誘導起電力 $V = vBb$〔V〕が図 a のように生じる。流れる電流 I は

$$I = \frac{V}{R} = \frac{vBb}{R} \text{〔A〕}$$

(ウ),(エ) 電磁力 F は **B→A(C→D)** の向きになり

$$F = IBb = \frac{vB^2b^2}{R} \text{〔N〕} \quad \cdots①$$

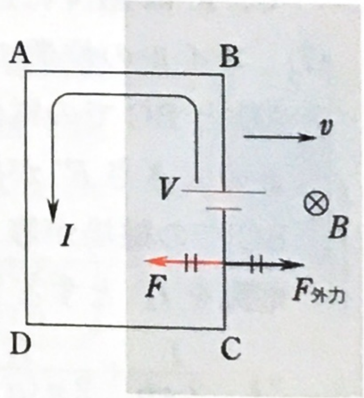


図 a

(2) 図 a の段階では負の電流となることに注意する。$a/v \leqq t \leqq 2a/v$ では，P は図 b の状態となり，BC と AD の 2 辺が電池となるが，同じ大きさの起電力で逆向きに電流を流そうとするため，電流は流れない。$2a/v \leqq t$ では図 c の状態となり，電流は正とな

る（強さはI）。こうして求める図が得られる。

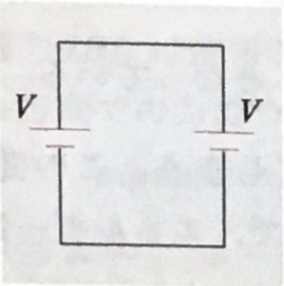


図 b

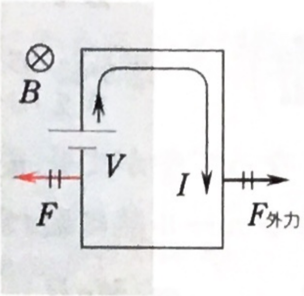
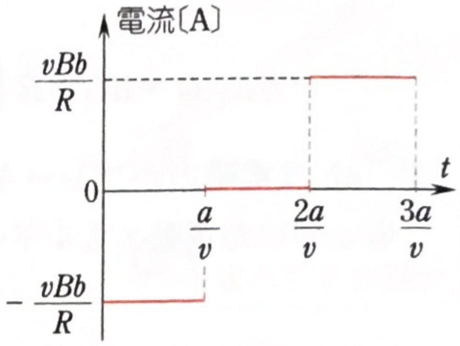
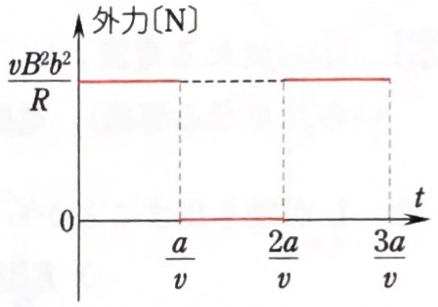


図 c



(3) **等速度運動では力はつり合っている。**図 a，cのように電磁力Fは左向きなので，外力$F_{外力}$は右向きで，大きさは①に等しい。



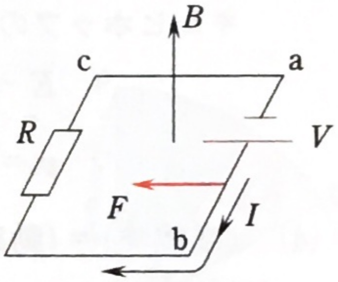
(4) 図 a と c の 2 回，ジュール熱が発生する。

$$RI^2\times\frac{a}{v}\times 2=\frac{\mathbf{2vB^2b^2a}}{\mathbf{R}}\text{〔J〕}$$

なお，これは外力のした仕事 $F_{外力}\times a\times 2$ に等しいことにも注意。それはエネルギー保存則による。

図 a と c で電流は逆だが，力は同じ

122 (1) ab は図のような電池となる。その起電力は $V=vBl$ だからオームの法則より



$$I=\frac{V}{R}=\frac{\mathbf{vBl}}{\mathbf{R}}\quad\cdots①\qquad \textbf{a→b の向き}$$

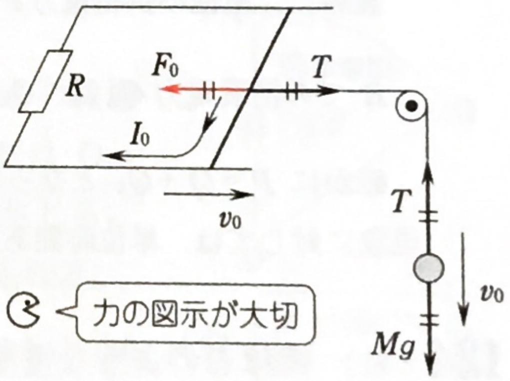
電磁力Fは

$$F=IBl=\frac{\mathbf{vB^2l^2}}{\mathbf{R}}\quad\cdots②\qquad \textbf{a→c の向き}$$

断りがなくても，回路を流れる電流がつくる磁場は無視してよい。

(2)(ア) 等速度運動だから力がつり合う。

張力Tを介してのつり合いだが，実質的には，電磁力$F_0=Mg$



$$\therefore\quad I_0Bl=Mg\qquad\therefore\quad I_0=\frac{\mathbf{Mg}}{\mathbf{Bl}}$$

①より $\quad I_0=\frac{v_0Bl}{R}$

力の図示が大切

$$\therefore\quad v_0=\frac{RI_0}{Bl}=\frac{\mathbf{MgR}}{\mathbf{B^2l^2}}$$

$F_0=Mg$ に②を用いると（$v=v_0$），ダイレクトに求められる。

(イ) **エネルギー保存則**を考えれば $\quad \mathbf{P=Q}$

(ウ) おもりは単位時間（1 s 間）に $v_0\times 1=v_0$〔m〕落下するので

$$P = Mgv_0 = \frac{M^2g^2R}{B^2l^2}$$

一方，　$Q = RI_0^2 = R\left(\frac{Mg}{Bl}\right)^2$　　確かに $P = Q$ となっている。

(3) abは電磁力がブレーキとなってやがて止まってしまう。この間に，abがもっていた運動エネルギーがジュール熱に変わるので，エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{m(MgR)^2}{2(Bl)^4}$$

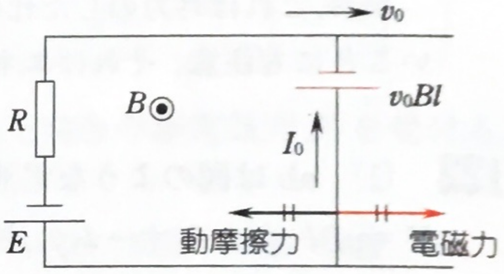
123 (1) 流れる電流 I は，オームの法則より $I = E/R$ であり（Lは動いていないので単なる導線），電磁力 F は右向き（**a→b** の向き）で　$F = IBl = \frac{EBl}{R}$

(2) Lが動き出すことから F は最大摩擦力 μMg より大きい。

$$\frac{EBl}{R} > \mu Mg \qquad \therefore\ \mu < \frac{EBl}{MgR}$$

(3) 等速度だから力のつり合いより

$$\mu' Mg = I_0Bl \qquad \therefore\ I_0 = \frac{\mu' Mg}{Bl}$$



キルヒホッフの法則より

$$E - v_0Bl = RI_0$$

$$\therefore\ v_0 = \frac{EBl - \mu' MgR}{B^2l^2}$$

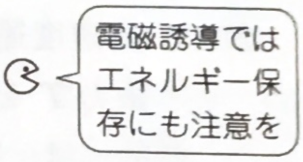
(4) （摩擦熱）＝（動摩擦力）×（滑った距離）であり，単位時間（1 s間）には v_0〔m〕だけ滑るから

$$Q = \mu' Mg \cdot v_0 = \frac{\mu' Mg}{B^2l^2}(EBl - \mu' MgR)$$

(5) **摩擦熱と抵抗でのジュール熱として消費される。**（22字）

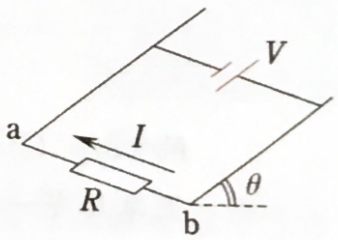
実際に，電池の供給電力 P は　$P = EI_0 = \frac{\mu' MgE}{Bl}$

R での消費電力 Q_R は　$Q_R = RI_0^2 = R\left(\frac{\mu' Mg}{Bl}\right)^2$



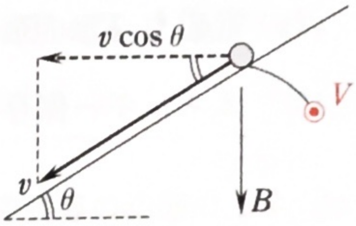
確かに $P = Q + Q_R$ となっている。エネルギー保存則を考えるとき，連続的に続く現象に対しては，単位時間あたりで扱うことが多い。

124 (1) 棒は右のような電池となり，R では **b→a** の向きに電流 I が流れる。



(2) 磁場に垂直な速度成分で誘導起電力 V が生じるので　　$V = (v\cos\theta)BL$

$$\therefore\ I=\frac{V}{R}=\frac{\boldsymbol{vBL}}{\boldsymbol{R}}\boldsymbol{\cos\theta}\ 〔\mathbf{A}〕\quad \cdots ①$$



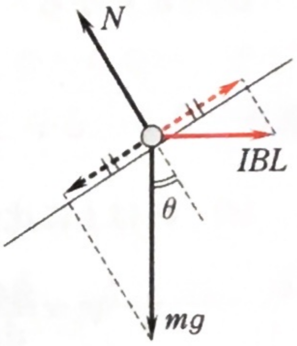
(3) 電磁力 IBL は水平方向にかかることに注意して，レール方向での力のつり合いより

$$mg\sin\theta=IBL\cos\theta\quad\cdots ②$$

①，②より　$v=\dfrac{\boldsymbol{mgR\sin\theta}}{\boldsymbol{(BL\cos\theta)^2}}$〔**m/s**〕

磁力線を切る動きで V が発生

なお，垂直抗力 N は $N=mg\cos\theta$ ではなく，$N=mg\cos\theta+IBL\sin\theta$ となっていることにも注意。



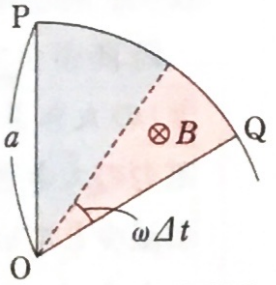
(4) 「重力がする仕事」は「位置エネルギーの減少分」に相当している。

エネルギー保存則より　$P=Q$　$\therefore\ \dfrac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{P}}=\mathbf{1}$

別解　棒は鉛直方向には 1 s 間に $v\sin\theta$〔m〕落下するので，重力の仕事は　$P=mg\cdot v\sin\theta=\dfrac{m^2g^2R\sin^2\theta}{(BL\cos\theta)^2}$

一方，②より　$Q=RI^2=R\left(\dfrac{mg\sin\theta}{BL\cos\theta}\right)^2$　$\therefore\ \dfrac{Q}{P}=1$

125 (1) 棒は $\omega\varDelta t$〔rad〕回転し，赤色部分の面積 $\varDelta S$ に応じてコイル OPQ を貫く磁束が増える。



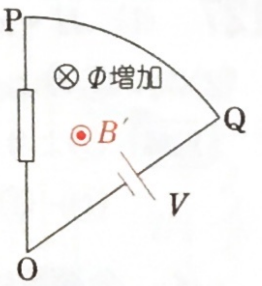
$$\varDelta S=\pi a^2\times\frac{\omega\varDelta t}{2\pi}$$

$$\therefore\ \varDelta\Phi=B\cdot\varDelta S=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{Ba^2\omega\varDelta t}\ 〔\mathbf{Wb}〕$$

扇形の面積は円の面積を利用

(2) ファラデーの電磁誘導の法則より

$$V=\frac{\varDelta\Phi}{\varDelta t}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{Ba^2\omega}\ 〔\mathbf{V}〕$$



コイルを貫く⊗向きの磁束が増すので，⊙向きの磁場 B' を生じるような電流 I を流そうとする。それは O→Q の向きであり，この向きに誘導起電力 V が生じる。したがって，抵抗では **P→O** の向きに電流が流れる。

このように，誘導起電力の大きさを式で求め，向きは「磁束の変化を妨げる（電流の）向き」から別途判断する。

B' は頭の中だけで想定

(3) オームの法則より　$I=\dfrac{V}{R}=\dfrac{Ba^2\omega}{2R}$　$\therefore\ RI^2=\dfrac{\boldsymbol{B^2a^4\omega^2}}{\boldsymbol{4R}}$〔**W**〕

(4) 電磁力 $F=IBa=\dfrac{\boldsymbol{B^2a^3\omega}}{\boldsymbol{2R}}$〔**N**〕　回転と**逆方向**でブレーキ的。

(5) エネルギー保存則より，P は(3)で求めたジュール熱に等しいはずだから

$$P=\frac{\boldsymbol{B^2a^4\omega^2}}{\boldsymbol{4R}}\text{〔W〕}$$

126 (1)(ア) グラフは原点を通る直線で，傾きは $B_0/2t_0$ だから　$B=\dfrac{B_0}{2t_0}t$

ファラデーの法則でしか解けない問題。$V=vBl$ では無理。

$$\therefore\ \Phi=BL^2=\frac{\boldsymbol{B_0L^2}}{\boldsymbol{2t_0}}\boldsymbol{t}$$

(イ) Φ は t に比例しているので　$\Delta\Phi=\dfrac{B_0L^2}{2t_0}\Delta t$

$y=ax$ なら $\Delta y=a\,\Delta x$

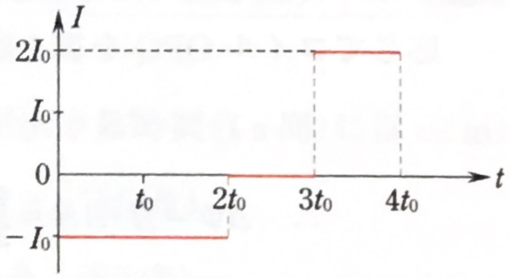
$\therefore\ V_0=\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\dfrac{\boldsymbol{B_0L^2}}{\boldsymbol{2t_0}}$　別解　$V_0=\dfrac{d\Phi}{dt}$　微分を用いてもよい。

(ウ) オームの法則より　$I_0=\dfrac{V_0}{R}=\dfrac{\boldsymbol{B_0L^2}}{\boldsymbol{2Rt_0}}$

(エ) $Q_J=RI_0^2\times2t_0=\dfrac{\boldsymbol{B_0^2L^4}}{\boldsymbol{2Rt_0}}$　別解　$Q_J=V_0I_0\times2t_0$

(2) 時間帯Ⅰでは⊙向きの磁束が増しているので，⊗向きの磁場を生じるように B→A 向きの電流が流れる。時間帯Ⅱでは磁束が一定で，電流は流れない。

時間帯Ⅲでの B の時間変化(図2の傾き)の大きさはⅠでの2倍だから，誘導起電力の大きさも2倍となる。ただし，磁束が減少しているので，電流の向きは A→B となる。



127 (1) $H=\boldsymbol{nI}$　$\Phi=BS=\mu_0H\cdot S=\boldsymbol{\mu_0nSI}$ …①

(2)(ア) ①のように Φ は I に比例しているから　$\Delta\Phi=\boldsymbol{\mu_0nS\Delta I}$

別解　①より変化後は　$\Phi+\Delta\Phi=\mu_0nS(I+\Delta I)$ …②
②−①として求めてもよい。

(イ) 全巻数は $N_1=nl$ だから　$V_1=N_1\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}=nl\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\boldsymbol{\mu_0n^2lS\dfrac{\Delta I}{\Delta t}}$ …③

(ウ) ③を自己誘導の公式 $\boldsymbol{V_s=-L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}}$ と比較すれば(マイナスは電流の変化を妨げる向きの起電力であることを意味している)，　$L=\boldsymbol{\mu_0n^2lS}$

(エ) Bを貫く磁束も①と同じ(AB間のすき間での磁場は0)なので

$$V_2=N_2\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=n\cdot\frac{l}{2}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}}\boldsymbol{\mu_0n^2lS\frac{\Delta I}{\Delta t}}\ \cdots⑤$$

(オ) ⑤を相互誘導の公式 $V_2=-M\dfrac{\Delta I_1}{\Delta t}$ と比較すれば(今の場合は $I_1=I$)

$$M=\frac{1}{2}\mu_0 n^2 lS$$

一般に，B は I に比例するから，Φ も I に比例し，電磁誘導の法則の $\Delta\Phi/\Delta t$ は $\Delta I/\Delta t$ と形が変わる。こうして自己誘導と相互誘導の公式が出現している。

128 **コイルは自己誘導によって電流の変化を妨げる**ので，スイッチを入れたり，切ったりした直後にコイルを流れる電流は直前までの電流と変わらない。そして，直流回路でのコイルは十分に時間がたつと「一本の導線」となる。また，電流 I を流しているコイルは $\dfrac{1}{2}LI^2$ の磁気エネルギーをもつ。

(1) Sを閉じた直後，コイルは電流を通さないので，電流 I_1 は右のように流れる。

$$E=(r+R)I_1 \qquad \therefore\ I_1=\frac{E}{r+R}\,〔\mathrm{A}〕$$

ac間は等電位，またbd間も等電位だから，cに対するdの電位を調べればよい。それは R での電位降下に等しいから

$$V_1=RI_1=\frac{R}{r+R}E\,〔\mathrm{V}〕$$

コイルは V_1 の「電池」

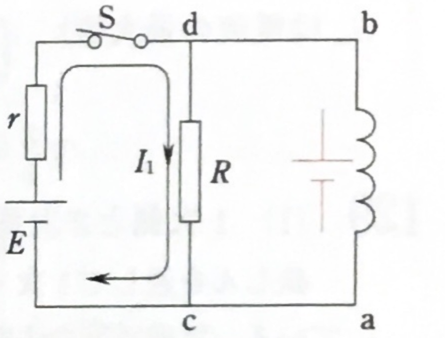


図1：Sを閉じた直後

(2) やがてコイルは「導線」状態となる。R の両端の電圧は0となり，R には電流が流れなくなる。

$$E=rI_2 \qquad \therefore\ I_2=\frac{E}{r}\,〔\mathrm{A}〕$$

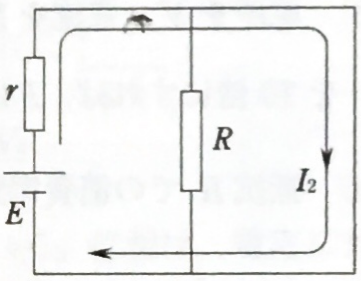


図2：やがて

(3) Sを開いた直後もコイルは直前と同じ電流 I_2 を流す。そして，その電流は R を流れるほかはないので

$$I_3=I_2=\frac{E}{r}\,〔\mathrm{A}〕$$

cに対するdの電位を調べればよく，R でcからdへ電位が下がっているので

$$V_3=-RI_3=-\frac{R}{r}E\,〔\mathrm{V}〕$$

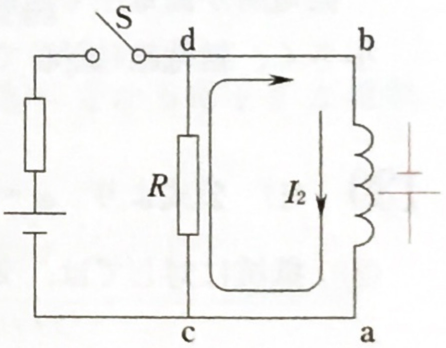


図3：Sを開いた直後

やがて電流は止まる。コイルに蓄えられていたエネルギーはこの間に R でのジュール熱に変わっているので

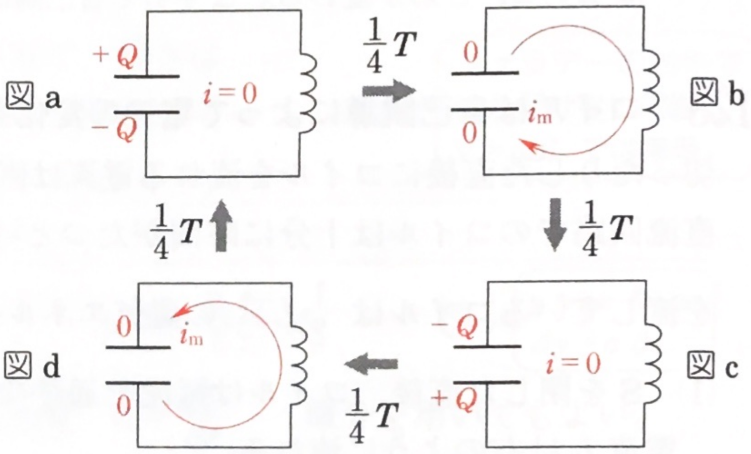
$$W=\frac{1}{2}LI_3^2=\frac{LE^2}{2r^2}\,〔\mathrm{J}〕$$

電磁気でのエネルギー保存は洞察力の世界

6 交流

KEY POINT 角周波数ωは周期Tや周波数fと $\omega=2\pi/T=2\pi f$ の関係で結ばれる。誘導リアクタンスωLと容量リアクタンス $1/\omega C$ だけでなく，**電圧と電流の位相の違いに注意する。**

電気振動では右の4つの図が大切。コンデンサーが放電しようとし，コイルは電流を維持しようとする――という観点をもてば，図の再現はできる。(i_m は電流の最大値)



129 (1) 1次側と2次側の**電圧の比は巻数の比に等しい**ので，10倍　⑥

鉄しんを通して1次・2次コイルに同じ磁束Φ(磁力線の総数と考えてよい)が貫いている。電磁誘導の法則より，電圧($N\Delta\Phi/\Delta t$)の比は巻数Nの比に等しくなる。

(2) Φは同じ時間変化をするから，周波数は変わらないので1倍　④

(3) 電圧をV，電流をIとすると，電力はVIと表される。VIを一定にしてVを10倍にすれば，Iは$\frac{1}{10}$倍となる。　②

(4) 抵抗Rでの消費電力はRI^2と表される。電流Iが$\frac{1}{10}$倍になると

$$\left(\frac{1}{10}\right)^2=\frac{1}{100}\text{倍} \quad ①$$

発電所が高電圧で送電するのは，同じエネルギーを送るのに，高圧だと電流が小さく，送電線(抵抗)でのジュール熱の発生が少なくてすむからである。

130 (1) 公式より　$\omega=\frac{2\pi}{T}$　　図2は $v=V_0\sin\omega t$ と表せる。

(2) 抵抗に対しては，交流でもオームの法則が成りたつので，$v=Ri$ より

$$i=\frac{v}{R}=\frac{V_0}{R}\sin\omega t \quad \cdots①$$

電流の最大値は $I_0=\frac{V_0}{R}$ だから，実効値 I_e は　$I_e=\frac{I_0}{\sqrt{2}}=\frac{V_0}{\sqrt{2}R}$

別解　$V=RI$　($V_e=RI_e$)　と　$V_e=\frac{V_0}{\sqrt{2}}$　より　$I_e=\frac{V_0}{\sqrt{2}R}$

(3) **コンデンサーとコイルの消費電力は0である。**抵抗でのみ消費電力があり（ジュール熱の発生）

$$RI_e^2 = R\left(\frac{V_0}{\sqrt{2}R}\right)^2 = \frac{V_0^2}{2R}$$

V_eI_e で求めてもよいが，必ず実効値で。

(4) 抵抗，コンデンサー，コイルは直列なので電流 i は共通で

$$V = \frac{1}{\omega C}\cdot I \quad より \quad V_C = \frac{1}{\omega C}\cdot I_e = \frac{1}{\omega C}\cdot\frac{V_0}{\sqrt{2}R} = \frac{V_0}{\sqrt{2}\omega CR}$$

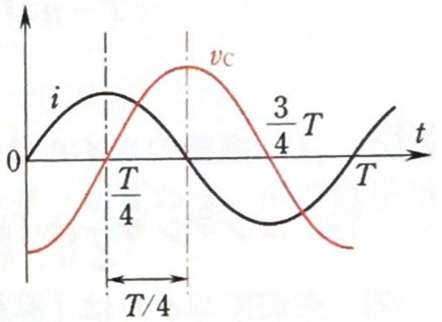
電圧 v_C の最大値は $\sqrt{2}V_C$（$(1/\omega C)I_0$ として求めてもよい）。位相は，電圧に対して電流が進んでいる（言いかえれば v_C は i より $\pi/2$ 遅れている）ことから

$$v_C = \sqrt{2}V_C\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{V_0}{\omega CR}\cos\omega t \quad \cdots②$$

(5) ②より $v_C = 0$ となるのは　$\omega t = \frac{\pi}{2}\left(または \frac{3}{2}\pi\right)$

$$\therefore \quad t = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{1}{4}T \qquad そして \quad \frac{3\pi}{2\omega} = \frac{3}{4}T$$

別解　抵抗では電圧と電流の間に位相差はなく，i は図2と同じように変化する（①を見てもよい）。v_C は $\pi/2$（時間にして $T/4$）遅れることから赤線のようになる（②を見てもよい）。$v_C = 0$ となるのは $T/4$ と $3T/4$ と分かる。



(6) $V = \omega L\cdot I$ より　$V_L = \omega L\cdot I_e = \omega L\cdot\frac{V_0}{\sqrt{2}R} = \frac{\omega LV_0}{\sqrt{2}R}$

電圧 v_L の最大値は $\sqrt{2}V_L$（$\omega L\cdot I_0$ として求めてもよい）。位相は，電圧に対して電流が遅れる（言いかえれば v_L は i より $\pi/2$ 進んでいる）ことから

$$v_L = \sqrt{2}V_L\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\omega LV_0}{R}\cos\omega t$$

(7) 抵抗，コイル，コンデンサーの直列（順序は無関係）にかかる電圧 V と流れる電流 I の間には，インピーダンス Z を用いて

$$V = ZI \qquad ここで \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

電源電圧は ac 間の電圧に等しいから，最大値について

$$V_1 = ZI_0 = \frac{V_0}{R}\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

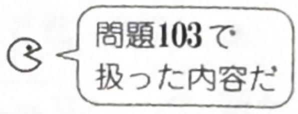
ab 間なら Z の公式の中の ωL をはずせばよく

$$V_2 = Z_{ab}I_0 = \frac{V_0}{R}\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2C^2}}$$

131 (1)(ア) 直後のコンデンサーの電気量は0であり，電圧も0，つまりコンデンサーは「一本の導線」とみなしてよく　$I_0=\dfrac{V}{R}$

(イ) 抵抗で電位降下(電圧降下)RI があるので，コンデンサーの電圧は $V-RI$ となっている。よって　$q=C(V-RI)$

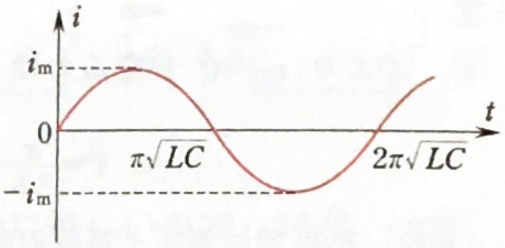
(ウ) $I=0$ となり(直流回路ではやがてコンデンサーは電流を通さなくなる)，　$Q=CV$



(2)(ア) 電気振動が始まる。p 104 の図 a から図 b への変化に相当し，エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}CV^2+0=0+\frac{1}{2}Li_m^2 \qquad \therefore\ i_m=V\sqrt{\frac{C}{L}}$$

(イ) はじめ時計回りに電流が流れるからグラフは右のようになる。



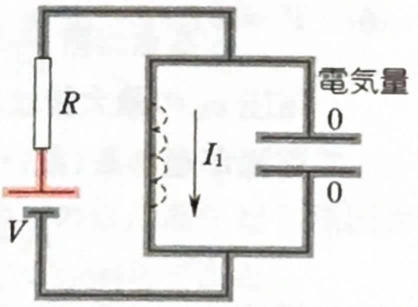
(ウ) p 104 の図 a から図 c に至る時間であり，半周期だから

$$\frac{1}{2}T=\pi\sqrt{LC}$$

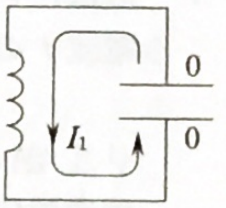
132 (1) 直後のコイルは電流を通さず(直前までの電流が0であったから)，一方，コンデンサーは「導線」状態なので　$I_0=\dfrac{V}{R}$

(2) やがてコイルは「導線」となり，コンデンサーは電流を通さなくなる。結局，V と R だけの回路であり　$I_1=\dfrac{V}{R}$

コイルが導線となっているため，コンデンサーの両極板は等電位であり(灰色部は等電位)，電圧が0　よって，電気量も0



(3) Sを開いた直後もコイルは I_1 を流し，I_1 はコンデンサーを通って流れる(右図)。これは p 104 の図 b に該当し，これ以後図 b→c→d→a と電気振動に入る。電流が0となる図 c までの時間は　$\dfrac{1}{4}T=\dfrac{\pi}{2}\sqrt{LC}$



(4) 図 c で，コンデンサーの電圧は最大となる。エネルギー保存則より

$$0+\frac{1}{2}LI_1^2=\frac{1}{2}CV_m^2+0 \qquad \therefore\ V_m=I_1\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{V}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

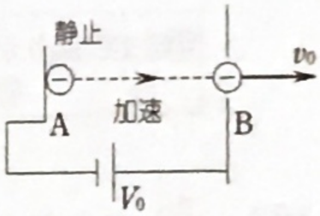
このとき電気量も最大で CV_m である。また，V_m はコイルの電圧の最大値でもある。

コイルの電圧を尋ねられたときはコンデンサーを見るとよい。両者の電位差は常に等しい。

7 電磁場内の荷電粒子

KEY POINT　荷電粒子が自由に運動する場合，一様な電場内では，静電気力が一定なので(重力の場合と同様)，放物線軌道となる。**放物運動**のイメージで解く。　一方，一様な磁場に垂直に飛び込んだ粒子は，ローレンツ力が向心力となって，**等速円運動**をする。斜めの場合には，磁場に垂直な面内では等速円運動，磁場方向では等速運動と，分解して扱う。

133　(1)　問題97で扱ったように，力学的エネルギー保存則を適用する。電子が出発する位置Aの電位を0〔V〕とすると，右図のBの電位は$+V_0$〔V〕だから



$$0+(-e)\times 0=\frac{1}{2}mv_0^2+(-e)\times V_0$$

$$\therefore\quad v_0=\sqrt{\frac{2eV_0}{m}}\ \text{〔m/s〕}$$

別解　(電気量の大きさ)×(電位差)だけ運動エネルギーが変わる。いま電子は加速されているので(負の粒子は＋極に引きつけられる)

$$0+eV_0=\frac{1}{2}mv_0^2$$

はじめの運動エネルギー　　後の運動エネルギー

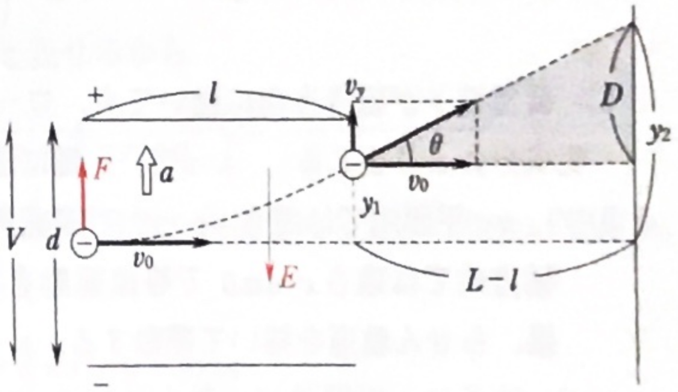
加速は増やし
減速は減らす

(2)　極板間の電場をEとすると，

$\boldsymbol{V=Ed}$ より　　$E=\dfrac{V}{d}$

そして $\boldsymbol{F=qE}$ より

$$F=eE=e\frac{V}{d}\ \text{〔N〕}$$



一般に，加速度が一定なら放物線

点Oから $x=l$ に達するまでの時間をtとすると，x方向は等速運動だから　　$t=\dfrac{l}{v_0}$

一方，y方向の加速度をaとすると，運動方程式 $\boldsymbol{ma=F}$ より

$$a=\frac{F}{m}=\frac{eV}{md}\qquad\therefore\quad y_1=\frac{1}{2}at^2=\frac{eVl^2}{2mdv_0^2}\ \text{〔m〕}$$

なお，このときの速度の y 成分 v_y は　　$v_y = at = \dfrac{eVl}{mdv_0}$

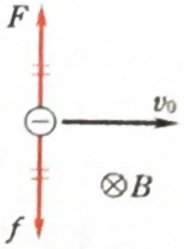
(3)　$x \geqq l$　では電子は直進する。前図の灰色の三角形より

$$D = (L-l)\tan\theta = (L-l)\frac{v_y}{v_0} = \frac{(L-l)eVl}{mdv_0^2}$$

$$\therefore\quad y_2 = y_1 + D = \frac{eVl}{2mdv_0^2}(2L-l)\ \text{〔m〕}$$

ここまではいつもの道

(4)　ローレンツ力 f が静電気力 F とつり合えば，電子は直進できる(等速度は力のつり合い)。そのためには磁場を**紙面の表から裏への向きにかければよい。**

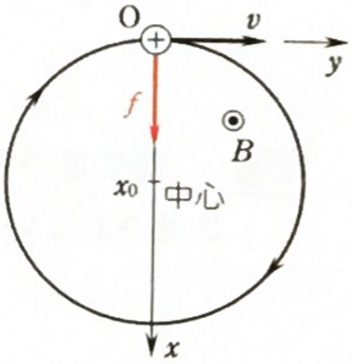


$f = F$　より　　$ev_0B = e\dfrac{V}{d}$

$$\therefore\quad B = \frac{V}{dv_0}\ \text{〔T〕}$$

問題文に断りがなくても，電子やイオンの運動に対しては，重力の影響は無視してよい。

134　(1)　点Oでのローレンツ力は $+x$ 方向になるので，円の中心はその方向にあり，右のような円軌道となる。



x_0 は円の半径 r に等しく

$$m\frac{v^2}{r} = qvB \qquad \therefore\quad r = \frac{mv}{qB}$$

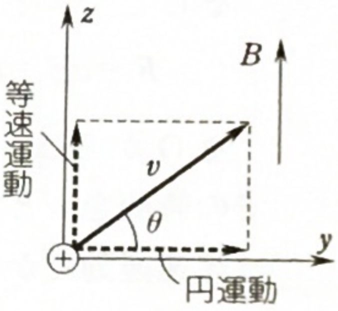
よって，中心点の座標は $\left(\dfrac{mv}{qB},\ 0,\ 0\right)$

周期は　　$T = \dfrac{2\pi r}{v} = \dfrac{2\pi m}{qB}$

周期は速さによらない！

(2)　荷電粒子が磁場方向に動いても，ローレンツ力は生じない(磁場に垂直な速度成分により生じる)。よって，**z 軸に沿って速度 v で等速直線運動をする。**

(3)(ア)　**xy 平面内では速さ $v\cos\theta$ で等速円運動をし，z 軸方向では速さ $v\sin\theta$ で等速運動をする。その結果，らせん軌道を描いて運動する。**



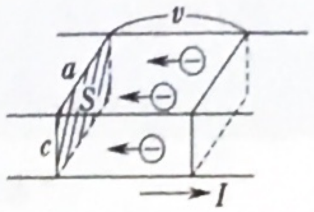
(イ)　粒子は1周期後に z 軸上に戻る。(1)の結果のように周期は速さによらないので　　$T = 2\pi m/qB$

z 軸方向は等速だから

$$\text{OP} = (v\sin\theta)T = \frac{2\pi mv}{qB}\sin\theta$$

磁力線を取り巻くように回る

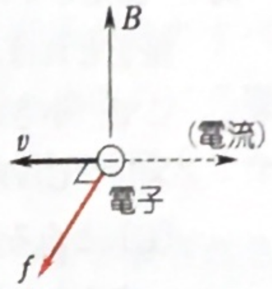
135　(1)　電流はある断面 S を 1 s 間に通過する電気量のことだから



$$I = en(Sv) = \boldsymbol{enacv} \quad \cdots①$$

(2)　$\boldsymbol{f = evB}$

(a)　**正**

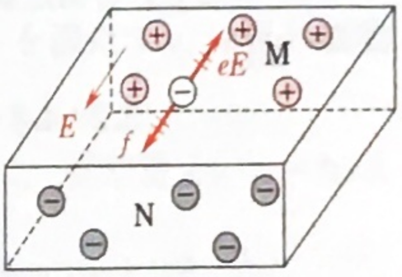


(b)　**ローレンツ力**

(c)　N 側には負の電子が集まるため，負に帯電し，N の電位は**低く(負に)**なる。一方，M は正に帯電し，電位は高い。

(3)　電場の強さを E とすると

$$eE = evB \qquad \therefore \quad \boldsymbol{E = vB}$$

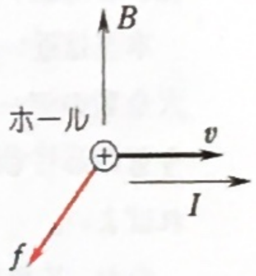


(4)　$V = Ed$ を用いて　$V = Ea = \boldsymbol{vBa}$

(5)　①を用いて v を消去すると　$V = \boldsymbol{\dfrac{BI}{enc}}$

(d)　**ホール**　あるいは　**正孔**

(e)　ホールは正の電荷をもち，電流 I と同じ向きに動く。ローレンツ力はやはり x 軸の正の向きであり，ホールは N 側に集まるため，N が正に帯電し，その電位は**高く(正に)**なる(M は負に帯電する)。



136　「ミリカンの実験」とよばれていて，電気素量の存在を明らかにした。

(ア)　**電子**（陽子としてもよいが，常識的には電子）

(イ)　等速度運動では力のつり合いが成立している。空気の抵抗力は krv_1 であり，球形をした油滴の質量は $\rho \cdot \dfrac{4}{3}\pi r^3$ と表せるから

$$\boldsymbol{krv_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g}$$

(ウ)　上向きに働く静電気力と下向きに働く重力，抵抗力の 3 力のつり合いであり，電場の強さが V/d であるから

$$\boldsymbol{q\frac{V}{d} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g + krv_2}$$

なお，静電気力が電位の低い極板 A を向くことから，q は正の電荷であることが分かる。

(エ)　上の 2 つの式より　$q\dfrac{V}{d} = krv_1 + krv_2$

$$\therefore \quad q = \boldsymbol{\frac{krd}{V}(v_1 + v_2)}$$

問１　前式に与えられた数値を代入して

$$q=\frac{3.41\times10^{-4}\times5.4\times10^{-7}\times5.0\times10^{-3}}{320}\times(3.0+8.0)\times10^{-5}$$

$$=3.16\ \cdots\ \times10^{-19}\fallingdotseq\mathbf{3.2\times10^{-19}}\text{〔C〕}$$

問２　測定している油滴は電気素量 e の整数倍の電気量をもつ。近い値どうしの差をとれば，$6e-5e=e$ のように e の１倍に出会うことが期待できる。そこで，小さい順に並べた５つの測定値，3.2，4.8，6.4，8.1，11.3（単位は $\times10^{-19}$C）の相互の差をとると，1.6，1.6，1.7，3.2となり，$e\fallingdotseq1.6\times10^{-19}$〔C〕となる。

すると，各測定値は $2e$，$3e$，$4e$，$5e$，$7e$ に対応する。e のより正確な値は

$$(3.2+4.8+6.4+8.1+11.3)\times10^{-19}=(2+3+4+5+7)e$$

$$\therefore\quad e=\mathbf{1.61\times10^{-19}}\text{〔C〕}$$

このようにすべてのデータを生かした計算法で e の値を求めるのがよい。測定値の和が有効数字３桁となるため，答えも３桁まで求めることができる。

本当は近い値の差をとったとき，$1\cdot e$ に出会う保証はない。そこでミリカンは膨大な数のデータを集めて電気素量 e を確定した。入試問題としては，$1\cdot e$ に出会うものとして（言いかえれば，与えられたデータの範囲で推定できる）電気素量を求めればよい。

なお，X線を当てると空気の分子が電離し，油滴に付着するため油滴が帯電する。

原　子

1 粒子性と波動性

KEY POINT 光電効果では，エネルギー $h\nu$ をもつ光子がそのすべてを金属内の電子に与える。仕事関数 W は電子が金属外へ出るのに必要なエネルギーの最小値であり，そのとき電子の運動エネルギーは最大となる。こうしてエネルギー保存則は $\frac{1}{2}mv_{max}^2 = h\nu - W$ …❶ と表される。

W は金属で決まる定数であり $h\nu_0 = W$ …❷ を満たす ν_0 は限界振動数とよばれる。

コンプトン効果は，光子がエネルギー $h\nu$ の他に，運動量 $h\nu/c = h/\lambda$ をもつことを示す。

電子や中性子などの粒子は波動性ももつ(二重性)。その場合の波長は $\lambda = h/mv$ となる。

137 (1) 1s 間に B に達する電気量 eN〔C〕が電流 I〔A〕に相当するので

$$I = eN$$

$$\therefore\ N = \frac{I}{e} = \frac{1.6\times10^{-6}}{1.6\times10^{-19}} = \mathbf{1.0\times10^{13}}\ \text{〔個/s〕}$$

(2) 図 2 から阻止電圧 V_0 が $V_0 = 1.8$〔V〕と分かる。このとき v_{max} で飛び出した電子(光電子)が B 直前で止まり U ターンするため電流(光電流)が 0 となる。AB 間の減速により運動エネルギーは eV_0 減るので

$$\frac{1}{2}mv_{max}^2 - eV_0 = 0$$

$\frac{1}{2}mv_{max}^2 = eV_0$ は公式となっている。

$$K = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = eV_0 = 1.6\times10^{-19}\times1.8 \fallingdotseq \mathbf{2.9\times10^{-19}}\ \text{〔J〕}$$

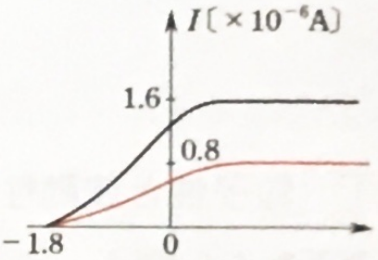
(3) $h\nu = h\frac{c}{\lambda} = 6.6\times10^{-34}\times\frac{3.0\times10^8}{3.0\times10^{-7}} = \mathbf{6.6\times10^{-19}}$〔J〕

上式❶より　$W = h\nu - K = (6.6-2.9)\times10^{-19} = \mathbf{3.7\times10^{-19}}$〔J〕

1〔eV〕$= e$〔J〕より　$W = \frac{3.7\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} \fallingdotseq \mathbf{2.3}$〔eV〕

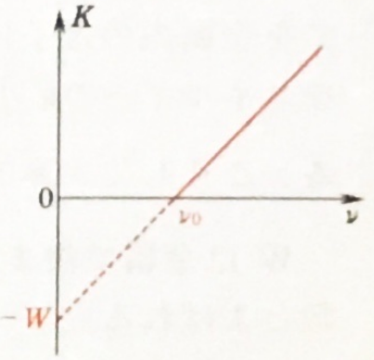
❷より　$\nu_0 = \frac{W}{h} = \frac{3.7\times10^{-19}}{6.6\times10^{-34}} \fallingdotseq \mathbf{5.6\times10^{14}}$〔Hz〕

(4) 明るさ(強さともいう)は光子の数に比例すること，V_0 は変わらない(なぜなら ν と W が一定のため❶より $\frac{1}{2}mv_{\max}^2$ も一定)ことから右の赤い線のようになる。



(5) ❶より　$K=h\nu-W$

K は ν の1次式だから直線グラフとなる。$K=0$ のとき $\nu=\nu_0$ であること($h\nu_0=W$)，縦軸の切片が $-W$ になることに注意する。ただし，$\nu<\nu_0$ では光電効果が起こらないので，実線でつないではいけない。上式から h はグラフの傾きに対応していることが分かる。



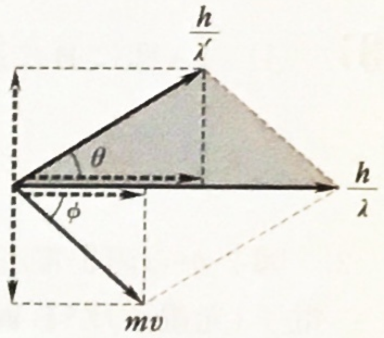
138 (1) 光子のエネルギー $h\nu=h\frac{c}{\lambda}$ と電子の運動エネルギーの和が保存し

$$h\frac{c}{\lambda}=h\frac{c}{\lambda'}+\frac{1}{2}mv^2 \quad \cdots①$$

(2) 光子の運動量 $\frac{h}{\lambda}$ と電子の運動量 mv より

$$x:\quad \frac{h}{\lambda}=\frac{h}{\lambda'}\cos\theta+mv\cos\phi \quad \cdots②$$

$$y:\quad 0=\frac{h}{\lambda'}\sin\theta-mv\sin\phi \quad \cdots③$$



(3) ②より　$mv\cos\phi=\frac{h}{\lambda}-\frac{h}{\lambda'}\cos\theta \quad \cdots④$

③より　$mv\sin\phi=\frac{h}{\lambda'}\sin\theta \quad \cdots\cdots⑤$

ベクトル関係にも目を向けるとよい

④^2+⑤^2 より ($\cos^2\phi+\sin^2\phi=1$ を用いて ϕ を消去)

$$m^2v^2=\frac{h^2}{\lambda^2}-2\cdot\frac{h}{\lambda}\cdot\frac{h}{\lambda'}\cos\theta+\frac{h^2}{\lambda'^2} \quad \cdots⑥ \quad (\cos^2\theta+\sin^2\theta=1 \text{ を用いた})$$

左辺は①を用いて　$m^2v^2=m\cdot 2hc\frac{\lambda'-\lambda}{\lambda\lambda'}$　とし，両辺に $\lambda\lambda'$ を掛ければ

$$2mhc(\lambda'-\lambda)=h^2\left(\frac{\lambda'}{\lambda}+\frac{\lambda}{\lambda'}-2\cos\theta\right)$$

与えられた近似式を用いると　$\lambda'-\lambda=\frac{h}{2mc}(2-2\cos\theta)=\boldsymbol{\frac{h}{mc}(1-\cos\theta)}$

なお，灰色の三角形に余弦定理を適用すると，⑥はすぐに得られる。

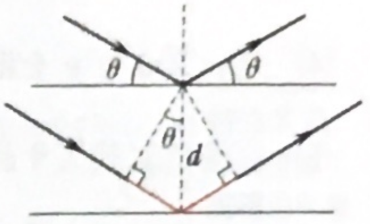
(4) ②，③で $\theta=90°$ とすると　$mv\cos\phi=\frac{h}{\lambda} \quad \cdots②'$　　$mv\sin\phi=\frac{h}{\lambda'} \quad \cdots③'$

$\frac{③'}{②'}$より　$\tan\phi=\frac{\lambda}{\lambda'}$　 $\lambda'\fallingdotseq\lambda$ だから ϕ はほぼ 45°

139 (1) **干渉**　ブラッグ反射とよばれる，波の干渉の問題。

(2) 右図の赤線部が経路差となるので

$$d\sin\theta\times2=\mathbf{2\,d\sin\theta}$$



(3) $\mathbf{2\,d\sin\theta=n\lambda}$　反射による位相変化はあったとしても共通に起こるので影響しない。

$2\,d\sin\theta=n\lambda$ は公式

(4) (電気量)×(電位差)だけ運動エネルギーが増すので

$$eV=\frac{1}{2}mv^2$$

$$\therefore\ v=\sqrt{\frac{2eV}{m}}=\sqrt{\frac{2\times1.6\times10^{-19}\times2.9\times10^2}{9.1\times10^{-31}}}\fallingdotseq\mathbf{1.0\times10^7}\ \text{[m/s]}$$

(5) $\lambda=\frac{h}{mv}=\frac{6.6\times10^{-34}}{9.1\times10^{-31}\times1.0\times10^7}\fallingdotseq\mathbf{7.3\times10^{-11}}$ [m]

(6) (3)より　$\sin\theta=\frac{n\lambda}{2d}=\frac{n\times7.3\times10^{-11}}{2\times3.5\times10^{-10}}=n\times0.104$　…①

$\theta\geqq50°$ なので　$\sin\theta\geqq\sin50°=0.77$ を満たす n の最小値は　$n=8$

$$\therefore\ \sin\theta_1=8\times0.104\fallingdotseq\mathbf{0.83}$$

(7) $n\geqq8$ と，①で $\sin\theta<1$　より　$n=8$　または　9　　よって **2回**

2 原子構造

KEY POINT 円運動の式は電子の粒子性に基づき，量子条件は波動性に基づく。これらから軌道半径 r が求められ，r は n によるとびとびの値となる。そして電子のエネルギー(運動エネルギーと位置エネルギーの和) E もとびとびとなり，エネルギー準位とよばれる。電子が外側の軌道から内側の軌道に移ると光(光子)を出す。そのエネルギー $h\nu$ はエネルギー準位の差に等しい。逆に光を吸収して外側の軌道に移ることもできる。

140 (1) クーロン力が向心力となるので　$m\frac{v^2}{r}=\frac{ke^2}{r^2}$　…①

(2) 点電荷の電位 $V=\frac{kQ}{r}$ と位置エネルギー $U=qV$ を用いると($Q=+e$(陽子)，$q=-e$(電子))

$$U=(-e)V=(-e)\frac{ke}{r}=-\frac{ke^2}{r}$$

$$\therefore \quad E = \frac{1}{2}mv^2 + U = \frac{ke^2}{2r} - \frac{ke^2}{r} = -\frac{ke^2}{2r} \quad \cdots②$$ （①を用いた）

(3) 円周の長さ $2\pi r$ が電子波の波長 h/mv の整数倍になればよいので

$$2\pi r = n\frac{h}{mv} \quad \cdots\cdots③$$

(4) ①，③より v を消去すると　$r = \dfrac{n^2h^2}{4\pi^2kme^2} = r_n$　…④

(5) ④を②に代入すれば　$E = -\dfrac{2\pi^2k^2me^4}{n^2h^2} = E_n$　…⑤

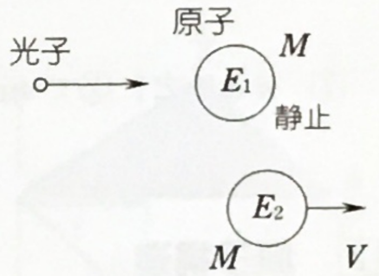
(6) ⑤より　$E_n = \dfrac{E_1}{n^2}$ と表せる。　**$h\nu$ ＝エネルギー準位の差** より

$$h\frac{c}{\lambda} = E_3 - E_2 = \frac{E_1}{3^2} - \frac{E_1}{2^2} = -\frac{5}{36}E_1$$

$$\therefore \quad \lambda = -\frac{36\,hc}{5\,E_1} = \frac{36\times6.63\times10^{-34}\times3.00\times10^8}{5\times13.6\times1.60\times10^{-19}} \fallingdotseq \mathbf{6.6\times10^{-7}}\,\text{〔m〕}$$

ここで，1〔eV〕$=e$〔J〕の関係を用いた。$n=2$ の軌道に移る際に放出される一群の波長の光（**線スペクトル**）はバルマー系列とよばれている。ここで求めた波長はバルマー系列の中で最も長いものである。

141 (1) 運動量保存則より



$$\frac{h\nu}{c} = MV$$

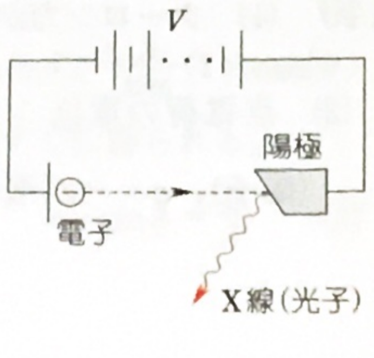
(2) 光子のエネルギー $h\nu$ は，エネルギー準位の増加と水素原子の運動エネルギーをもたらしたので，エネルギー保存則より

$$h\nu = E_2 - E_1 + \frac{1}{2}MV^2$$

この式は水素原子が固定されている場合に比べて，吸収する光の振動数がより大きいことを示している。ν の正確な値は(1)の結果と連立させて解くことができる。

実際には $MV^2/2$ は非常に小さな値であるので，通常は水素原子は静止しているとして扱っている。水素原子が光子を放出する場合も同様である。

142 (1) 電圧 V で加速された電子の運動エネルギーは eV である。陽極との衝突の際，その一部がX線光子のエネルギーとなるが，すべてが変わる場合が最大振動数 ν_{max}（つまり最短波長 λ_{min}）に対応するので



$$eV = h\nu_{\max} = h\frac{c}{\lambda_{\min}} \qquad \therefore\ \lambda_{\min} = \frac{\boldsymbol{hc}}{\boldsymbol{eV}} \quad \cdots ①$$

(2)　図1より $\lambda_{\min}=0.60\times10^{-10}$〔m〕であり，①より

$$V=\frac{hc}{e\lambda_{\min}}=\frac{6.6\times10^{-34}\times3.0\times10^{8}}{1.6\times10^{-19}\times0.60\times10^{-10}}\fallingdotseq \mathbf{2.1\times10^{4}}\text{〔V〕}$$

(3)　$h\nu=\varDelta E$　と　1〔eV〕$=e$〔J〕　を用いて

$$\varDelta E=h\nu=h\frac{c}{\lambda}=6.6\times10^{-34}\times\frac{3.0\times10^{8}}{1.5\times10^{-10}}=13.2\times10^{-16}\text{〔J〕}$$

$$=\frac{13.2\times10^{-16}}{1.6\times10^{-19}}=8.25\times10^{3}\fallingdotseq\mathbf{8.3\times10^{3}}\text{〔eV〕}$$

特性X線の波長は陽極の元素で決まる

(4)　ブラッグ反射であり　　$\mathbf{2\,d\sin\theta=n\lambda}$

(5)　上式と $\theta=45°$ より　　$\lambda=\frac{\sqrt{2}d}{n}=\frac{1.41\times8.0\times10^{-11}}{n}=\frac{1.13}{n}\times10^{-10}$〔m〕

図1の波長範囲で適合するのは $n=1$ の場合だけで，$\lambda=\mathbf{1.1\times10^{-10}}$〔m〕

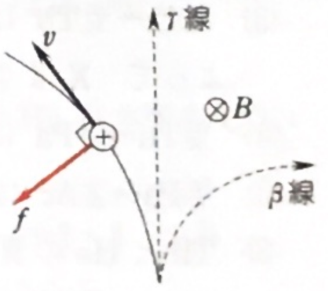
3　原子核

KEY POINT　原子核の質量は，それを構成する陽子と中性子の質量の総和より小さい(**質量欠損 $\varDelta m$**)。$\varDelta mc^2$ を**結合エネルギー**という。両者は $\boldsymbol{E=mc^2}$ で結ばれる。

不安定な原子核では崩壊が起こる。α，β，γ の3種類がある。各崩壊の知識のほかに，半減期の公式が扱えること。

原子核反応式では，質量数の和と原子番号の和がそれぞれ両辺で等しくなる。エネルギー保存則では **反応で失われた質量 $\varDelta m$ に注目する。$\varDelta mc^2$（発生したエネルギー）の分だけ全体の運動エネルギーが増加する**。また，運動量保存則にも注意する。

143　(1)　ローレンツ力 f が向心力となり，円の中心を向くことから，放射線は正電荷をもつ α 線と分かる。よって ${}_{2}^{4}$**He原子核**あるいは **α 粒子**。　なお，β 線(電子)や γ 線(電磁波)は点線のように進む。



(2)　α 崩壊は原子核から ${}_{2}^{4}$He 原子核が高速で飛び出す現象で，原子番号は2減り，質量数は4減る。よってXの原子番号は

$86-2=\mathbf{84}$　　質量数は　$222-4=\mathbf{218}$

(3) $\frac{1}{4}=\left(\frac{1}{2}\right)^2$ の指数2より半減期 T が2度経過していることが分かる。

$$2T=8 \qquad \therefore \quad T=4〔日〕$$

$\frac{1}{64}=\left(\frac{1}{2}\right)^6$ より　$6T=6\times4=\mathbf{24}$〔日〕

$N=N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ で $N=\frac{1}{100}N_0$ とおき，両辺の常用対数をとると

$$-2=\frac{t}{T}\cdot(-\log_{10}2) \qquad \therefore \quad t=\frac{2T}{\log_{10}2}=\frac{2\times4}{0.30}\fallingdotseq\mathbf{27}〔日〕$$

144 (1) 質量数 A は　$1+14=A+14$　より　$A=1$

原子番号 Z は　$0+7=Z+6$　より　$Z=1$　　$\therefore$　$^{1}_{1}$**H** または**陽子**

(2) β 崩壊は原子核中の1つの中性子が陽子に変わると同時に，電子が生成され高速で飛び出す現象である。そのため原子番号が1増し，質量数は変わらない。したがって　$^{14}_{7}$**N**

Z＝1～8 の元素名は覚えておく

(3) $^{14}_{7}$N の中性子数は　$14-7=\mathbf{7}$

(4) $0.25=\frac{1}{4}=\left(\frac{1}{2}\right)^2$　　$\therefore$　$2T=2\times5.7\times10^3\fallingdotseq\mathbf{1.1\times10^4}$ 年前

「放射線」はふつうは α 線，β 線，γ 線の3種を表すが，広い意味では，高速で飛ぶ粒子(陽子，中性子，原子核など)に対しても用いられている。

145 (1) α，β，γ 崩壊での質量数 A，原子番号 Z の増減は右の表のようになる。質量数は α 崩壊だけで変わり，4ずつ減少するので　$(235-207)\div4=\mathbf{7}$ 回

	A	Z
α	4減	2減
β	不変	1増
γ	不変	不変

(2) 原子番号に目を向ける。α 崩壊で2ずつ減り，β 崩壊で1ずつ増えるので，求める回数を n とすると

$$92-2\times7+1\times n=82 \qquad \therefore \quad n=\mathbf{4}\,回$$

まず α の回数から次に β の回数へ

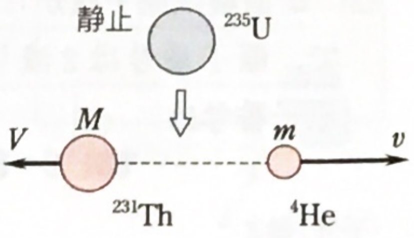
(3) $^{235}_{92}$U→$^{231}_{90}$Th は A，Z の減り方から α 崩壊。

よって　X は $^{4}_{2}$**He**

(4) $^{231}_{90}$Th→$^{x}_{91}$Pa は Z が1増しているので β 崩壊。　$\therefore$　$x=\mathbf{231}$

(5) $^{231}_{91}$Pa→$^{y}_{89}$Ac は Z が2減っているので α 崩壊。　$\therefore$　$y=231-4=\mathbf{227}$

(6) Th と He の質量を M と m，速さを V と v とすると，運動量保存則より　$MV=mv$



$$\therefore \quad \frac{\frac{1}{2}MV^2}{\frac{1}{2}mv^2}=\left(\frac{MV}{mv}\right)^2\cdot\frac{m}{M}=\frac{m}{M}$$

このように，**静止状態(運動量0)から分裂すると，運動エネルギーは質量の逆比になる**。質量の比は質量数の比で代用してよいので，前式より

核反応では保存則が大切

$$\frac{1}{2}MV^2=\frac{m}{M}\cdot\frac{1}{2}mv^2=\frac{4}{231}\times7.0\times10^{-13}\fallingdotseq\mathbf{1.2\times10^{-14}}\,〔\mathrm{J}〕$$

146 ア，イ　α 崩壊では質量数が 4 減少し，原子番号は 2 減少するから

アは 208,　イは 81

ウ　1〔eV〕$=e$〔C〕×1〔V〕$=e$〔J〕より

$$h\nu=4.5\times10^5〔\mathrm{eV}〕=4.5\times10^5\times1.6\times10^{-19}〔\mathrm{J}〕=7.2\times10^{-14}〔\mathrm{J}〕$$

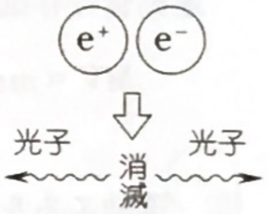
$$\therefore\ \nu=\frac{7.2\times10^{-14}}{6.6\times10^{-34}}\fallingdotseq\mathbf{1.1\times10^{20}}〔\mathrm{Hz}〕$$

エ　静止している Tl が光子を放出すると(γ 崩壊)，Tl 自身も反動で動く。運動量保存則より Tl の運動量の大きさは光子のそれに等しい。

$$\frac{h}{\lambda}=\frac{h\nu}{c}=\frac{7.2\times10^{-14}}{3.0\times10^8}=\mathbf{2.4\times10^{-22}}〔\mathrm{kg\cdot m/s}〕$$

オ　エネルギー保存則より

$$2m_ec^2=2h\nu$$



$$\therefore\ h\nu=m_ec^2=\frac{9.1\times10^{-31}\times(3.0\times10^8)^2}{1.6\times10^{-19}\times10^6}$$

$$\fallingdotseq\mathbf{0.51}〔\mathrm{MeV}〕$$

電子と陽電子が静止状態で消滅(対(つい)消滅という)した場合には，運動量保存則から 2 つの光子は 180° 反対向きに飛び出すことになる。また，運動量の大きさが等しいことから，2 つの光子の振動数も等しくなる。つまり，エネルギーが等しくなる。

147 (1)　重水素原子核 ${}^2_1\mathrm{H}$ は陽子 1 個と中性子 1 個からできているので

$$(1.0073+1.0087)-2.0136=\mathbf{0.0024}〔\mathrm{u}〕$$

(2)　1〔u〕が 931〔MeV〕に相当するから　　$0.0024\times931\fallingdotseq\mathbf{2.2}$〔MeV〕

0.0024 が有効数字 2 桁であるため，答えも 2 桁としている。

(3)〜(7)　まず(5)は水素 H より 1　　(7)は He より 2　　この He が 2 個生じていることから(6)は 2　　右辺は ${}^4_2\mathrm{He}+{}^4_2\mathrm{He}$ と同じこと。

Li の A，Z は　$A+2=4+4$　より　$A=6$　また　$Z+1=2+2$　より　$Z=3$　(Li だから 3 と決めてもよい)　　結局，次のようになる。

$${}^6_3\mathrm{Li}+{}^2_1\mathrm{H}\rightarrow{}^4_2\mathrm{He}+{}^4_2\mathrm{He}\,(=2\,{}^4_2\mathrm{He})$$

(8)　反応で失われた質量は，(反応前の全質量)−(後の全質量)として求める。そ

の分が $E=mc^2$ の関係を通してエネルギー(運動エネルギー)に転化していく。

$$(6.0135+2.0136)-2\times4.0015=\mathbf{0.0241}\ \text{〔u〕}$$

(9) $0.0241\times931\fallingdotseq\mathbf{22.4}$〔MeV〕　反応前の ^{6}Li，^{2}H の全運動エネルギーより，反応後の 2 個の ^{4}He の全運動エネルギーの方が 22.4 MeV だけ多い。その分を，原子核反応により「放出されたエネルギー」,「解放されたエネルギー」あるいは「発生したエネルギー」などとよんでいる。

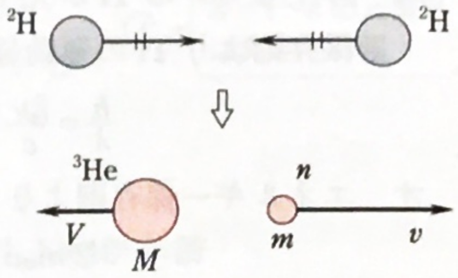
148 (1) 反応の前後での総質量の差(失われた質量)Δm は

$$\Delta m=(2.0136+2.0136)-(3.0150+1.0087)=0.0035\ \text{〔u〕}$$

$$\therefore\quad \Delta mc^2=0.0035\times1.7\times10^{-27}\times(3.0\times10^8)^2\times\frac{1}{1.6\times10^{-13}}\fallingdotseq\mathbf{3.3}\ \text{〔MeV〕}$$

ここまでで〔J〕

(2) 反応前，2 つの ^{2}H は逆方向に同じ速さで動いているので全運動量は 0 であることに注意する。反応後の質量を右のようにおくと，運動量保存則より



$$MV=mv \qquad \therefore\quad \frac{V}{v}=\frac{m}{M}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\fallingdotseq\mathbf{0.33}$$

(3) 運動エネルギーの比は

$$\frac{\frac{1}{2}MV^2}{\frac{1}{2}mv^2}=\frac{MV}{mv}\cdot\frac{V}{v}=\frac{V}{v}\left(=\frac{m}{M}\right)=\frac{1}{3}\quad\cdots①$$

反応前の全運動エネルギー 0.26×2＝0.52 MeV と反応で発生した(解放された)エネルギー 3.3 MeV の和 3.82 MeV が ^{3}He と ^{1}n の運動エネルギー(の和)となる。それを①のように質量の逆比で配分すればよいから

$$3.82\times\frac{M}{M+m}=3.82\times\frac{3}{3+1}\fallingdotseq\mathbf{2.9}\ \text{〔MeV〕}$$

問題145と同じこと

(2)と(3)で質量比は質量数の比で代用したが，問題文に与えられた数値を用いてもよい。

論述問題

以下は解答例である。アンダーラインはキーポイントとなる部分を示す。★は解説である。指定文字数が多い出題の場合には解説に記したことを書き加えていけばよい。解説の説明が長くなる場合には「物理のエッセンス」の参照ページを記している。(☞エッセンス(上)p　)は「力学・波動」編を，(下)は「熱・電磁気・原子」編を示している。

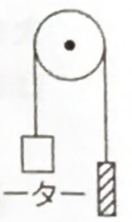
[力　学]

A　水平面からの垂直抗力が増し，最大摩擦力が増すから。(25 字)

★　垂直抗力 N は鉛直方向のつり合いより，$N = mg +$ (外力)　そして，最大摩擦力は $F_{max} = \mu N$ (μ：静止摩擦係数)　この性質を応用した工具に万力(まんりき)がある。

B　複数の力はつり合っている。(13 字)

C　エレベーターと同じ位の質量のおもりを滑車により反対側につるす。(31 字)



★　つり合わせれば，わずかな力で(わずかなエネルギーで)エレベーターを上げられる。おもりはカウンターバランスとよばれる。

D　浮力は物体の上面と下面との圧力差で生じる。水深とともに圧力が増すので上向きの力となる。(43 字)

★　深さ h とともに圧力 P が増すのは，その上にある水の重さ(単位面積あたりの重力)を支えることによる。 $P = P_0 + \rho g h$ (P_0：大気圧，ρ：液体の密度)

E　全体の重心が支点より下にあるため，傾いても元に戻すモーメントが生じるから。(37 字)

F　慣性力が下向きにはたらくから。(15 字)

★ 上向きに動いていたエレベーターが停止しようとして，減速を始めれば，加速度は下向きで，慣性力は上向きとなるため，体重計の値は本来より小さくなる。

電車が動き出したとき，床に落ちていた缶(かん)ジュースが後方にコロコロところがるのも慣性力のせいである。

G　実験室を自由落下させると，重力に等しい慣性力が鉛直上向きにはたらくため無重力状態となる。(44 字)

★ 真空中なら理想的だが，空気中であっても，実験室を鉛直下向きに g に等しい加速度で動かせばよい。また，飛行中の飛行機のエンジンを止めて放物運動に入らせてもよい。放物運動は重力加速度 g の運動であり，機内では慣性力 mg が上向きに働く。この方法がよく用いられているが，空気抵抗が働くため，飛行機の加速度は g からいくらかずれるので，厳密には無重力に近い状態である。

H　空気に比べてはるかに大きな質量をもつ水を後方へ噴射するため，運動量保存則によりロケットの速さが増すから。(52 字)

★ 静止状態からの瞬間的な噴射という理想化したケースで言えば，$MV = mv$
大文字はロケットの，小文字は噴射物の運動量の大きさ。空気に比べて水の方がはるかに mv が大きい。

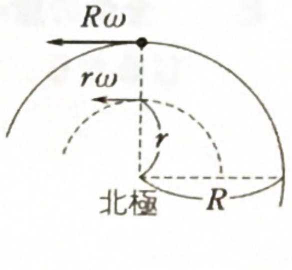
I　速度の向きが変化しているから。(15 字)

★ 速度ベクトル $\vec{v}$ は円の接線方向を向き，常に変化している。微小時間 Δt の間の変化を $\Delta\vec{v}$ とすると，加速度は $\vec{a} = \Delta\vec{v}/\Delta t$

J　赤道では遠心力が万有引力と逆向きにはたらくため。(24 字)

★ 重力 mg は万有引力と，地球の自転による遠心力の合力である。赤道以外でも遠心力のため重力は万有引力より小さくなる。(☞エッセンス(上)p 88)

K　地球の自転速度を活用するため。(15 字)



★ 自転の速さは赤道上が最大 $R\omega$ である(R：地球半径，ω：自転の角速度)。打ち上げ時の地面に対する速度と自転速度の合成が実際の速度となる。地球は西から東に向かって自転しているので，東に向かって打ち上げることになる。

L　物体にはたらく遠心力が万有引力とつり合うから。(23字)

★　宇宙ステーションの質量をm_S，速さをv，円軌道の半径をrとし，地球の質量をMとすると，

$$m_S\frac{v^2}{r}=\frac{GMm_S}{r^2}\qquad\therefore\quad\frac{v^2}{r}=\frac{GM}{r^2}$$

ステーション内の人は，円運動をしている観測者であり，遠心力が働く。そこで，ステーション内の任意の物体の質量をmとすると，上式より　$m\frac{v^2}{r}=\frac{GMm}{r^2}$

この式は（遠心力）=（万有引力）　を表している。

M　ばねを付けて単振動させたとき，周期の長い方が質量が大きい。(29字)

★　$T=2\pi\sqrt{m/k}$ より，mが大きい方がTが大きい。ばね振り子に限らず，要は「動かしてみる」ことである。質量が大きく違えば，手で動かしてみただけで区別できる。$ma=F$ より，質量の大きな方が動きにくい。2物体をばねで結び，両手で引き伸ばして，同時に手を離し，動きを比較してもよい。

［熱］

A　水が蒸発し，蒸発熱を奪うから。(15字)

★　暑い時に汗をかくのも，水を蒸発させて体を冷やすため。暑い国では素焼きの土器に水を入れてふたをしておくだけで，微細な無数のすき間から水が蒸発し，中の水を冷やしている。

B　分子の速さは変わらないが，ピストンに衝突する回数が2倍になるから。

(33字)

★　温度が一定なので分子の(平均)運動エネルギーは変わらない。つまり，速さvと1回の衝突でピストンに与える力積の大きさ$2mv$は変わらない。しかし，衝突してから次に衝突するまでに動くべき縦方向の距離が半分になり，単位時間あたりの衝突回数が2倍になるので，全力積が2倍になり，圧力が2倍になる。

C　圧力が増してAが圧縮され，体積が減る。そのため浮力が減るから。

(31字)

★ 膜を押すとガラス容器内の空気が圧縮され，圧力が増す。するとAの位置での水の圧力も増し，Aを縮ませる。重力は一定だが，それにつり合っていた浮力が減るためAは下降し，ガラス容器の底まで達する。なお，ゴム膜を下へ押したからAは下へ動くという理解は誤り。ガラスでなくペットボトルの容器なら強く握れば，やはりAは下へ動く。

D　大気に対して仕事をするから。(14字)

★ ピストンの力のつり合いより　$PS = Mg + P_0S$　(P：気体の圧力，P_0：大気圧)
ピストンを h だけ持ち上げるとき気体がする仕事は　$W = PSh = Mgh + P_0Sh$
P_0Sh の部分が大気(圧)に対してする仕事である。

E　定圧変化では気体が膨張し，仕事をするため。(21字)

★ 温度を1K上げるのに，定積変化では内部エネルギーの増加に等しい熱量を与えればすむが，定圧変化ではその間に気体が膨張して仕事をする分を加えた熱量を与える必要がある。

F　熱力学第1法則より，気体がされた仕事の分だけ内部エネルギーが増加する。それは温度の上昇を意味している。(51字)

★ 第1法則は　$\Delta U = 0 + W$　　圧縮なので　$W > 0$　　よって　$\Delta U > 0$
U は T に比例するので温度は上昇する。

G　上空ほどその上にある空気の量が少なくなるから。(23字)

★ 大気圧はその上にある空気の重さ(単位面積あたりの重力)に等しい。深さ h での水の圧力 ρgh を求めるときと同じ考え方である。水深 h が増すほど水圧は増す。大気の場合，我々は大気圏の底にいることに注意。つまり，大気圧が最も高く，それが1気圧である。富士山頂では約0.6気圧と上空に向かって下がっていく。

H　高所ほど大気圧が低くなるので，空気は断熱膨張をし，温度が下がる。すると水蒸気が無数の細かい水滴に変わる。それが雲の発生である。(63字)

★ 空気は断熱性がよいので，断熱膨張とみなしてよい。

I　**山脈を上がると大気圧が減少し，空気は断熱膨張して温度が下がり雲を発生する。その際，蒸発熱と同じだけの熱量をまわりの空気に与え，空気を暖める。このため平地に戻ったときに温度が高くなる。**(91 字)

★　もしも空気が乾燥していれば，山を上る際の断熱膨張と，山を下る際の断熱圧縮が逆過程となり，温度は元の値に戻るだけである。フェーン現象では途中での雲(や雨)の発生が要点で，「打ち水」と反対に空気を暖める。

［**波　動**］

A　**音波は縦波だから。**(9 字)

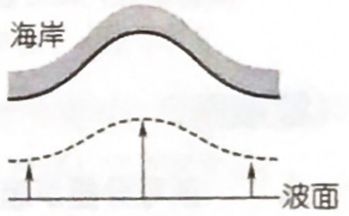
★　音が伝わる方向(管の方向)で空気が振動するが，底の位置の空気は振動できない。そのため常に変位が0となる節になる。底板による反射は固定端反射である。

B　**右へ移動させる。　理由：温度が上がると音速が増す。おんさの振動数は変わらないので，波長が長くなるから。**(39 字)

★　定常波(固有振動)のパターンは変わらないが，波長が長くなるため閉管の長さを増す必要が生じる。

C　**波面は海岸線とほぼ平行になる。**(15 字)

★　一般に，海岸から離れるに従って深くなっているので，岸から遠い波ほど速く伝わり，波面は，海岸の形に近づいてくる。



D　**空気中から水中へ伝わるとき。　理由：音速は空気中より水中の方が速いから。**(18 字)

★　波の速さがより速い媒質に向かうとき全反射が起こり得る。音速は気体中より液体中の方が速い。固体中ではさらに速くなる。これに対して，光の場合には空気中の方が水中より速いので，水中から空気中へ伝わるとき全反射を起こすことがある。

E　**音速が変わらないので波長が短くなる。その結果，振動数が増すから。**

(32 字)

★　音源が動く場合のドップラー効果の原因が問われている。(☞エッセンス(上) p 117)

F　**音波の波長に比べて光の波長ははるかに短いから。**(23 字)

★　スリットや小穴などを通ると波は回折する。ただし，すき間の大きさが波長と同程度かそれ以下にならないと回折が目立たない。

G　**Dでの位相をそろえるため。**(13 字)

★　Sで回折させることにより，Dには位相のそろった波が届く。Sがないと，光源の各所から位相のそろわない波がDに届いてしまう。(☞エッセンス(上)p 135)

光源が十分に小さければSがなくてもよい(光源ランプをDから十分に遠ざけてもよい)ので，Sでの回折は絶対的な条件ではない。そこで，答えは「小さな光源にするため」としてもよい。

H　**青い光が空気中の分子などで散乱されやすいから。**(23 字)

★　波長の短い光ほど散乱されやすい。逆に，波長の長い赤い光は散乱されにくいことが，夕日が赤い原因になっている。

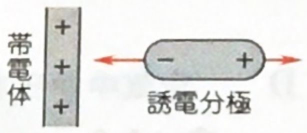
I　**水滴によって光が分散されるから。**(16 字)

★　光の屈折率は波長によりいくらか異なっているので，屈折の際，色が分かれる。波長が短いほど屈折率は大きい。

[電磁気]

A　**誘電分極が起こり，帯電体に近い側に生じる引力が勝るから。**(28 字)

★　静電誘導の一種である誘電分極が起こり，帯電体に近い側には異種の，遠い側には同種の電荷が現れる。近い側の引力が遠い側の反発力を上回るので引きつける。



B　**陽イオンの熱振動が激しくなり，自由電子の運動を妨げるから。**(29 字)

★　電流は数多くの自由電子の流れに基づく。陽イオンは移動しないが，温度が増すと激しく振動するようになる。

C　**電池には内部抵抗があり，電位降下を生じるため。**(23 字)

★　電圧計につなぐと，わずかながら電流 I が流れてしまう。電圧計の値(端子電圧)は起電力より rI だけ小さく出てしまう(r：電池の内部抵抗)。

D　ローレンツ力は仕事をしないから。(16字)

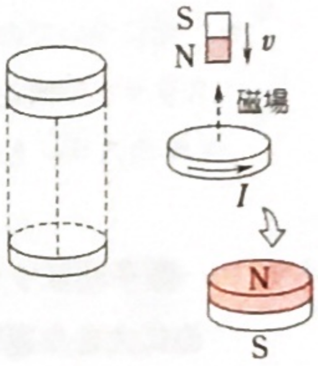
★ ローレンツ力は速度$\vec{v}$に垂直にかかり，仕事をしない。したがって，運動エネルギーを増やしも減らしもしない。つまり，速さを変えない。ただ，速度の向きを変えるので，曲線軌道になる。

E　ばねが縮んだり伸びたり振動する。(16字)

★ スイッチを入れるとばねに電流が流れ，電磁力によりばねは縮み(☞エッセンス(下)p 93)，水銀から離れ電流は止まる。するとばねは自然長に戻り，水銀に入り電流が流れる。

F　ボール紙製に比べ金属製の方がゆっくり落下する。(23字)

★ 電磁誘導が起こるためである。金属製の円筒はリングの集合体でもある。N極が近づくと点線の向きの磁場を生じる誘導電流(うず電流)Iが生じる。このときのリングは上面がN極(下面がS極)の磁石とみなせ，反発力を生じる。なお，落とす磁石のN，S極を逆にしてもゆっくり落下することに変わりはない。



G　コイルが自己誘導により電流を維持しようとするから。(25字)

★ コイルは自己誘導により電流の変化を妨げる。スイッチを切ると電流は急激に減り，コイルには大きな電圧が発生して雷のように火花を飛ばして放電する。

H　コンデンサーは放電を始めるが，コイルは自己誘導により電流を維持しようとするので，コンデンサーを再び充電してしまい，同じことがくり返される。(69字)

★ 再び充電したときは＋，－が入れ替わった状態で，電気振動の半周期($\pi\sqrt{LC}$)にあたる。

I　抵抗によるジュール熱の発生と電磁波の放出のため。(24字)

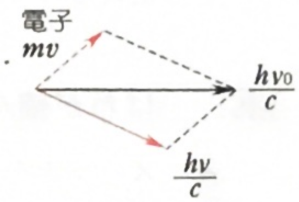
★ 導線とはいえ，現実には抵抗値は0ではない。また，固有周波数$f=1/(2\pi\sqrt{LC})$の電磁波(電波)が出され，振動は減衰していく。この回路はfの電波を通信用に用いるのが目的であるが，電波を出し続けるには周波数fの交流電源につなぐ必要がある。

［原　子］

A　**第１象限**　理由：**運動量保存則とエネルギー保存則が成り立つから。**

（23 字）

★ はじめ y 方向の運動量はないので，運動量保存則より衝突後の電子の速度の y 成分は正，つまり電子は第１象限か第２象限を進んでいる。一方，エネルギー保存則より $h\nu_0 > h\nu$ したがって運動量も $h\nu_0/c > h\nu/c$ 図は運動量ベクトルの保存を表すが，電子（赤点線）は右上へ向かっている。



赤は衝突後

B　**電子が波動性をもつため。**（12 字）

★ 光についてのヤングの実験と同じで，電子は波動としてふるまい（波長は h/mv），スリットで回折し，蛍光板上で干渉する。１つ１つの電子がすでに波となっていて，２つのスリットを通った後干渉している。

C　**原子核はプラスの電荷をもち，反発し合うので，核反応を起こさせるために大きな運動エネルギーを与えて接触させる必要があるから。**（61 字）

★ 原子核どうしが接触するほど近づくと，核力が働き始め，核反応が起こる。

D　**運動量保存則が成り立つから。**（14 字）

★ γ 崩壊は原子核が光子を放出する現象だが，光子は運動量をもつ。よって，原子核は光子と反対方向に動いてしまう。

E　**１つだと運動量保存則に反するから。**（17 字）

★ 全運動量が０の状況である。光子は運動量をもつので１つだけでは無理である。２つの光子なら正反対の方向へ飛べば，全運動量を０に保てる。なお，２つの光子の運動量の大きさ $h\nu/c$ は等しい。つまり，振動数 ν は等しい。

この本を終え，さらに難度の高い
入試問題に挑戦してみたい人は，
「名問の森・物理」（河合出版）へと
進んでみて下さい。